

FINANCIAL ECONOMICS

金融经济学

讲义

第 1、2、4、5、6、7 章

Raisetsu41

2026 Autumn

26 October 2026

目录

第 1 章 金融决策与企业	1
第 2 章 金融体系与市场价格	5
第 4 章 货币的时间价值	17
第 5 章 家庭储蓄与投资	28
第 6 章 投资项目分析	41
第 7 章 市场估值原理	55
符号与计量	62
英文概念与原理	64

第1章 金融决策与企业

Financial Decisions and the Firm

依据: Bodie 2e Ch1; Chapter 1 课程资料

1.1 金融、资产与净资产

Finance, Assets and Net Worth

Definition 1.1 Finance.

金融学研究稀缺资源在不同时间和不同不确定状态之间的配置。金融决策的基本特征是成本与收益分布于不同日期, 且未来结果可能具有风险。

Asset 是能够提供经济利益的资源; **liability** 是对外偿付义务; **net worth** 是资产价值减负债价值。企业的 **equity** 是对其扣除负债后剩余价值的索取权。

$$\boxed{\text{Net Worth} = \text{Assets} - \text{Liabilities}}, \quad \text{Assets} = \text{Liabilities} + \text{Equity}. \quad (1.1)$$

市场价值口径衡量当前经济价值; 账面价值口径依据会计规则计量。两种口径不能在同一计算中任意混合。

Equity 的经济含义: 谁对哪一部分资产有权利

Equity / shareholders' equity 是所有者权益。假设公司资产为 100、负债为 60, 则股东对应的剩余权益为 40。债权人依合同享有本金与利息等请求权; 普通股股东承担剩余风险, 并分享支付优先索取权后的剩余收益。公司清算时, 普通股通常位于债权等优先请求权之后。

Equity financing 是发行股份取得资金, 投资者因此取得股权; **debt financing** 是借款或发债取得资金, 形成偿付义务。股票代表权益, **dividend** 则是公司向股东支付的分配; 公司可以保留利润用于经营, 因此有权益或有利润不等于必然收到现金股息。

上市公司股权的市场价值通常为“每股市场价格 × 发行在外股数”, 与账面资产减账面负债所得的账面权益可能不同。**Home equity** 是房屋价值减未偿房贷; **net worth** 是个人全部资产减全部负债。有限责任限制股东对公司债务的通常责任, 并不保证股权投资不会亏损。

题型：净资产的四步分类

先确定估值对象与日期；把住宅、汽车、存款等列入资产；把未还房贷、车贷、信用卡欠款列入负债；最后只做“资产合计减负债合计”。存款与信用卡欠款即使金额相同，也分别属于资产与负债；购房价与当前价值不能任意替换。计算结果是存量，单位为货币金额，不是每年的收入。

Example 1.1 净资产 C1-MC-11, C1-MC-12.

Billy 拥有住宅 350,000 和存款 55,000，负有房贷 270,000 和信用卡债务 12,000，其净资产为

$$350,000 + 55,000 - 270,000 - 12,000 = 123,000.$$

Marlowe 拥有住宅 150,000、汽车 25,000 和存款 18,000，三项负债分别为 135,000、18,000 和 18,000，其净资产为 22,000。住宅与相应房贷分别计入资产和负债；存款与信用卡欠款也分别列示。

1.2 家庭与企业决策

Household and Corporate Decisions

Definition 1.2 Household financial decisions C1-LONG-1.

家庭金融决策包括消费与储蓄、投资或资产配置、融资以及风险管理。消费储蓄决定资源在当前与未来之间的分配；资产配置决定已有财富在不同资产之间的分配；融资决定如何取得资金；风险管理决定承担、转移或降低哪些风险。

Definition 1.3 Corporate financial decisions C1-LONG-2, C1-LONG-4.

企业的主要金融决策包括 strategic planning、capital budgeting、financing / capital structure 和 working capital management，分别对应业务方向、长期投资项目、资金来源组合以及日常资金管理。

Capital budgeting 是识别、评价、选择并实施长期投资项目的过程。**Strategic planning** 决定经营哪些业务与长期方向；**financing** 决定资金从何处取得；**working capital management** 处理存货、应收款、短期债务和日常现金等。论述题先给分类，再将题目行为放入相应类别，例如购买长期设备属于资本预算、选择借款还是发行股票属于融资，而非仅凭行为是否涉及现金来分类。**Capital structure** 描述各类资本在企业资本市场价值中的比例。**Net working capital / NWC** 的一般定义为

$$NWC = \text{Current Assets} - \text{Current Liabilities.} \quad (1.2)$$

流动资产通常在一年或正常营业周期内变现或使用，流动负债在相应期间内到期。**Liquidity** 是及时取得现金、履行到期付款义务的能力；盈利不保证任何时点都有充足现金。

1.3 组织、治理与目标

Organization, Governance and Objectives

Definition 1.4 Corporate governance.

公司治理通过控制权、监督、激励和合同安排协调企业决策。**Principal-agent problem / agency conflict** 是代理人的目标或信息与委托人的利益不一致所产生的问题。

公司制的所有权与经营权分离可以获得专业管理、规模经济、投资者分散化及组织延续性，也会产生代理成本。通常由股东选举董事会，董事会监督并任命高层管理者。

Term	定义或作用
sole proprietorship	个人独资企业，所有者与经营责任通常不具有公司制的隔离。
partnership	两个及以上所有者按约定共同经营并分享收益与责任。
corporation	与股东分离的法律实体，可以持有资产、借款和缔结合同。
limited liability	股东通常以投资额为限承担公司损失。
shareholder / stockholder	公司股权持有人，是剩余收益和资产的索取者。
common / preferred stock	普通股为剩余索取权，优先股按条款在股息或清算分配方面具有优先权。
retained earnings	留存收益，即累计利润中未分配给股东的部分。
stakeholder	与企业经济活动有关的员工、债权人、客户等主体。
takeover	取得公司控制权；可能通过更换管理层形成外部治理约束。

Shareholder-wealth maximization 是提高现有股东权益的市场价值。与单期会计利润最大化相比,该目标同时考虑未来现金流的规模、时间和风险。**Double taxation** 指公司利润在企业层面纳税、分配股息又在股东层面纳税。在税后利润全部分配的模型中，股东所得为

$$X(1 - \tau_c)(1 - \tau_d).$$

这里 X 为公司税前利润, τ_c 为公司层面税率, τ_d 为股东层面股息税率。两次税分别作用于不同税基, 所以总税率不是直接相加。例如 $X = 100$ 、两种税率分别为 20%、10%, 股东收到 $100(0.8)(0.9) = 72$, 总税负为 28%。**CEO / chief executive officer** 统筹企业经营; **CFO / chief financial officer** 负责整体财务职能; **treasurer** 侧重融资和资金管理; **controller / comptroller** 侧重会计、审计和控制。

第2章 金融体系与市场价格

The Financial System and Market Prices

依据：Bodie 2e Ch2；Chapter 2 课程资料

2.1 金融体系及其功能

The Financial System and Its Functions

Definition 2.1 Financial system.

金融体系是家庭、企业和政府进行金融决策所依赖的市场、金融中介、服务机构和基础设施。**Financial intermediary** 是主要提供金融产品和服务的企业。

Surplus units 向外提供资金，**deficit units** 向外取得资金。**Direct finance** 由资金需求者直接向投资者发行索取权；**indirect finance** 通过中介资产负债表连接双方；**disintermediation** 表示绕过传统中介的融资过程。

Definition 2.2 Six core financial functions C2-LONG-6.

金融体系的六项功能为：

1. transferring resources across time and space: 跨期、跨地区和跨行业配置资源；
2. managing risk: 分担、转移与调整风险；
3. clearing and settling payments: 核对并完成付款和资产交付；
4. pooling resources and subdividing shares: 汇集资金支持大型项目并拆分索取权；
5. providing price information: 利用价格协调分散决策；
6. dealing with incentive problems: 缓解信息和激励问题。

功能视角以经济需求为起点；机构形式随技术和制度变化，而基本金融功能相对稳定。

2.2 金融资产与激励

Financial Assets and Incentives

Definition 2.3 Basic financial assets C2-LONG-7.

Debt 是约定本金和利息等支付的债务索取权；**equity** 是支付优先索取权后的剩余索取权；**derivatives** 的价值取决于标的资产或指标。

Call option 赋予持有人按行权价买入的权利；**put option** 赋予按行权价卖出的权利。**Forward contract** 约定双方在未来日期按预定价格交易；**futures contract** 通常标准化并采用交易所、保证金和每日结算安排。期权是权利，远期和期货构成相应履约义务。行权价为 K 、到期标的价为 P_T ，期权到期收益分别为 $\max(P_T - K, 0)$ 与 $\max(K - P_T, 0)$ 。该 **payoff** 尚未扣期权费，不等于净利润。**European option** 仅允许到期行权，**American option** 可在到期前约定期间或到期日行权。

Term	定义与区别
asymmetric information	交易双方掌握的信息不同。
adverse selection	签约前难以识别类型引起的交易选择问题。
moral hazard	签约后行为难以监督，合同或保障改变当事人的行动激励。
principal-agent problem	受托人目标与委托人利益不一致，可涉及隐藏信息或隐藏行动。
collateral	违约时可按约由债权人处置的指定担保资产。
money / capital market	短期债务市场与中长期债务、权益市场。
primary / secondary market	新证券发行市场与既有证券转让市场。
OTC market	通过交易商或通信网络组织的场外交易市场。

2.3 利率、风险与收益率

Interest Rates, Risk and Return

Definition 2.4 Promised and realized return.

债务合约利率是 **promised rate of return**；**realized rate of return** 是实际取得的总收益率。**Maturity** 表示最后一笔现金流的支付日期或剩余期限；**default risk** 是本息未按约完整偿付的可能性。

收益率曲线 (yield curve) 表示可比固定收益工具的期限与收益率关系；**利差 (yield spread)** 是两项收益率之差。0.54 个百分点等于 54 个 basis points, 1 bp 等于 0.01 个百分点。**Interest-rate risk** 是市场利率变化引起价值变化的风险；**reinvestment risk** 是后续再投资利率不确定的风险。低违约风险不排除通胀、汇率和利率风险。

Definition 2.5 Four determinants of market returns C2-LONG-1.

市场回报的基本决定因素是 time preference、expected productivity of capital goods、uncertainty about capital productivity 和 risk aversion。

更强的当前消费偏好提高延迟消费所需补偿；更高资本预期生产率增加投资机会；更强不确定性与风险厌恶通常提高风险补偿。在相应均衡条件下，安全资产需求增加还可能压低无风险利率。上述因素与具体合约的货币、期限和信用特征属于不同层次。

Proposition 2.1 Holding period return.

期初价格 $P_0 > 0$ 、期末价格 P_1 ，期间现金分配 Div ，则

$$\boxed{R = \frac{P_1 - P_0 + Div}{P_0}} = \frac{P_1 - P_0}{P_0} + \frac{Div}{P_0}. \quad (2.1)$$

两项分别为 capital gains yield 与 dividend yield。Expected return 使用预期价格和分配，realized return 使用实际值；期末未出售也可以按市场价值衡量持有回报。

题型：Div 是什么，股票收益从哪里来 C2-SHORT-17, C2-LONG-5

P_0 是期初每股买价， P_1 是期末每股价格， Div 是持有期内每股收到的现金股息合计， R 是该持有期收益率。现金股息来自公司向股东的分配，资本利得来自每股价格的变化：

$$\text{每股总收益} = (P_1 - P_0) + Div, \quad R = \frac{P_1 - P_0}{P_0} + \frac{Div}{P_0}.$$

先把每股收益算出来，再除以期初每股投入，才能得到百分比。若持有 N 股且交易条件相同，分子与分母都乘以 N ，收益率不变。

例如买价 60、股息 2.50、预期末价 85，预期回报为 $(85 - 60 + 2.50)/60 = 45.8333\%$ ；若实际末价只有 50，实现回报为 $(50 - 60 + 2.50)/60 = -12.5\%$ 。题目每季支付股息 2、持有一年时， $Div = 2 \times 4 = 8$ ；不能把每季股息当成年股息，也不能把预期末价代入实现收益率。

Yield curve: 同一个观察日期，不同剩余期限

到期收益率 (yield to maturity, YTM) 是以当前价格和约定未来现金流计算的到期收益率，可视为债券现金流的内部收益率。若债券每年付息，其年化 y 满足 $P_0 = \sum_{t=1}^n CF_t/(1+y)^t$ ；最后一期现金流含本金。**Coupon rate** 决定票面利息金额，YTM 还受买入价格影响，二者不必相同。

Yield curve 在同一天比较其他条件相近债券的收益率与剩余期限。下表示意数据均在“今天”观察，数值仅用于说明：

剩余期限	1 年	5 年	10 年
今天观察的年化收益率	2%	3%	4%

横轴可以标记未来到期日，但“10 年、4%”表示今天的 10 年期债券对应的年化收益率，不表示 10 年后市场利率必为 4%，也不是持有十年的累计收益只有 4%。观察日期固定与到期日期不同，是这张图的两个独立时间概念。

长期收益率高于短期为 upward-sloping，相近为 flat，低于短期为 inverted。长期收益率包含预期未来利率与期限、风险等补偿；曲线斜率不能单独作为未来利率确定值。比较时需要保持币种、信用风险等可比，不能把高风险公司短债与低风险政府长债的全部差异都归因于期限。

2.4 外币投资的本币回报

Domestic-Currency Returns

Theorem 2.1 货币转换的收益率分解.

设 S_t 为本币每单位外币，外币投资回报为 r_F ，则一年后的本币回报为

$$R_D = (1 + r_F) \frac{S_1}{S_0} - 1.$$

(2.2)

Proof. 初始本币 V_0 可换得外币 V_0/S_0 ，投资后为 $(V_0/S_0)(1 + r_F)$ ，换回本币为 $(V_0/S_0)(1 + r_F)S_1$ 。终值除初值再减 1 即得。□

若外币升值率 $g_S = S_1/S_0 - 1$ ，则 $R_D = r_F + g_S + r_F g_S$ 。把两个百分比简单相加会漏掉交叉项。

Example 2.1 法郎收益率 C2-MC-15.

美国债券美元回报为 9%，汇率由 6.15 FRF/USD 变为 6.50 FRF/USD，则

$$R_{\text{FRF}} = 1.09 \frac{6.50}{6.15} - 1 \approx 15.2033\%.$$

法国债券的 5% 是替代策略回报，不直接加进该美国债券的实现回报。 S 上升表示美元相对法郎升值。

本币回报的资金路径与单位核验

本题法国投资者最初的本币投入为 $1,000 \times 6.15 = 6,150$ 法郎。美元债券一年后支付 $1,000(1.09) = 1,090$ 美元，再按当时汇率换回 $1,090 \times 6.50 = 7,085$ 法郎。因此本币回报为 $(7,085 - 6,150)/6,150 = 15.2033\%$ 。

一般先列“本币 $\rightarrow$ 外币 $\rightarrow$ 外币投资回款 $\rightarrow$ 换回本币”，再用本币终值除以本币初值减 1。汇率 S 必须先写成“本币/外币”，否则公式中的比值可能倒置。外币债券在其计价货币下安全，不保证换回本币也没有风险；未锁汇的未来即期汇率仍会改变本币回报。

2.5 股票指数与金融中介

Stock Indexes and Intermediaries

价格加权指数为 $I_t = \sum_j P_{j,t}/d_t$ ；市值加权指数在样本和股数可比时为

$$I_t = I_0 \frac{\sum_j P_{j,t} N_j}{\sum_j P_{j,0} N_j}.$$

前者按股价确定影响程度，后者按 $P_j N_j$ 的市场价值确定权重。拆股等非市场变化需要相应调整。

股票指数的每一个符号与用途

指数通常包含多家公司的股票； j 给公司编号， t 是当前观察日期，0 是基期。 $P_{j,t}$ 表示第 j 家公司当前的每股价格， N_j 是其股数， $P_{j,t} N_j$ 是总市值， $\sum_j$ 表示把各家公司对应项目相加。 I_t 为当前指数点数， I_0 为基期设定点数；它们用于概括这一组股票按规定权重计算的整体价格表现，点数不是货币金额。

若 $I_0 = 100$ 、以后 $I_t = 110$ ，指数上涨 10%；不表示每只股票都涨 10%，也不代表买任意股票都赚 10%。**Price-weighted index** 给每股价格高的股票较大权

重, **market-value-weighted index** 给总市值较大的公司较大权重。基期数值可人为选定, 分析涨跌时应比较百分比。

题型: 同一组股票的两组指数 C2-LONG-4, C2-LONG-10

公司	基期股价	当前股价	股数 (百万)	基期市值 (百万)	当前市值 (百万)
1	20	30	100	2,000	3,000
2	10	2	50	500	100

保持样本与股数不变、基期指数为 100:

$$I_t^{price} = 100 \frac{30 + 2}{20 + 10} = 106.6667, \quad I_t^{value} = 100 \frac{3,000 + 100}{2,000 + 500} = 124.$$

价格加权上涨 6.6667%, 市值加权上涨 24%。另一种写法是先求基期市值权重 $w_1 = 0.8, w_2 = 0.2$, 再算 $100[0.8(30/20) + 0.2(2/10)] = 124$; 注意整个加权和都乘以 100。

对另一组基期价格 (110, 60)、当前价格 (60, 120)、股数 (200, 100) 百万, 价格加权指数为 $100(180/170) = 105.8824$, 市值加权为 $100(24/28) = 85.7143$, 分别为上涨 5.8824% 与下降 14.2857%。使用精确市值比, 不能把粗略权重的舍入误差当成经济结论。

除数 d_t 从哪里来, 为什么会改变

在 $I_t = \sum_j P_{j,t}/d_t$ 中, d_t 是指数除数。初始点数选定后, $d_0 = \sum_j P_{j,0}/I_0$ 。例: 两股价格为 20 和 10, 若初始指数设 15, 除数为 2; 若设 100, 除数为 0.3, 因此除数不是必然等于股票数量。

若价格 20 的股票发生一拆二, 每股理论价格变为 10, 持有人的股数加倍、总价值未因拆股而改变。继续用除数 2 会让指数从 15 虚降至 10。为使拆股瞬间指数连续, 令 $(10 + 10)/d_{new} = 15$, 故 $d_{new} = 4/3$ 。一般调整式为

$$d_{new} = \frac{\text{仅按拆股或成分调整后的股价之和}}{\text{调整前指数}}.$$

编制机构按规则维护除数, 普通的市场价格涨跌仍应反映在指数中。调整保持事件发生瞬间的点数连续, 不表示拆股后各股权重仍与以前相同。题目已给除数就直接使用; 仅给股价而未给基点时, 通常只能确定相对涨跌, 不能擅自宣称唯一的绝对点数。**Indexing** 力求复制指数表现; **benchmark** 是评价参照; **expense ratio** 是基金年度费用相对资产的比例。

Volatility 常用收益率标准差衡量。历史样本 $R_1, \dots, R_M$ 的算术平均、样本标准差及几何平均为

$$\bar{R} = M^{-1} \sum_{j=1}^M R_j, \quad s_R = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (R_j - \bar{R})^2}{M-1}},$$

$$\bar{R}_g = \left[\prod_{j=1}^M (1 + R_j) \right]^{1/M} - 1.$$

算术均值描述平均单期回报，几何均值描述实际复合增长率。**Risk premium** 为 $\mathbb{E}[R] - r_f$ ，是风险资产预期回报超过相应无风险回报的部分。

收益统计中的符号与计算

本段 R_j 表示第 j 期收益率， M 为期数； j 此时给时期编号，不再给公司编号。 $\bar{R}$ 是算术平均， $M^{-1} = 1/M$ ； s_R 是样本标准差， $\sqrt{\cdot}$ 表示开平方， $M-1$ 是估计总体方差时的样本修正分母。 $\prod_{j=1}^M$ 表示把各期的增长因子相乘， $1/M$ 次方表示开 M 次方根。

两期收益率分别为 10%、-10%，算术平均为零，但 100 元变为 $100(1.1)(0.9) = 99$ 。几何平均为 $\sqrt{0.99} - 1 \approx -0.5013\%$ 。样本标准差为 $\sqrt{[(0.1-0)^2 + (-0.1-0)^2]/(2-1)} \approx 14.1421\%$ 。算术平均、实际复合增长和波动分别回答不同问题。

$\mathbb{E}[R]$ 是预期回报， r_f 是相应无风险回报；例如预期股票回报 8%、无风险回报 3%，风险溢价为 5 个百分点，不保证实际每年多赚 5%。

2.6 金融中介

Financial Intermediaries

2.6.1 银行与存款机构

Banks and Depository Institutions

Definition

Financial intermediary 是以向客户提供金融产品和服务为主要业务的机构。它能够通过规模经济、信息生产和风险转换，提供直接市场交易难以同等有效实现的服务。

Commercial bank 吸收存款、发放贷款并提供支付清算。Checking account 是可用于支付结算的支票账户；demand deposit 是活期存款；time deposit 是定期存款。Certificate of deposit / CD 是具有约定期限和利息安排的存款凭证。

Savings bank、savings and loan association、credit union 分别是储蓄银行、储贷协会和信用合作机构，属于不同制度背景下的存款类中介。

Investment bank 协助企业或政府发行证券、承销并进行并购等资本市场业务。Underwriting 是协助销售新发行证券并根据合同分担发行风险的活动。

2.6.2 保险公司

Insurance Companies

Insurance company 通过收取 premium，即保费，为约定风险发生后的损失提供补偿。Insurance policy 是规定保险责任、保费和给付条件的合同。

Term	中文	保障对象
property and casualty insurance	财产与意外灾害保险	财产损失及相关意外责任
health insurance	健康保险	约定医疗或健康相关费用与风险
disability insurance	伤残或失能保险	因伤残、失能而丧失收入能力的风险
life insurance	人寿保险	与被保险人生存或死亡有关的约定给付

保险可以转移特定风险，但信息不对称可能形成逆向选择和道德风险。筛选、免赔额和共同承担损失等合同安排能够改变行为激励。

2.6.3 养老与退休基金

Pension and Retirement Funds

Defined-contribution plan / DC 的缴费规则确定, 退休待遇取决于账户积累和投资表现。Defined-benefit plan / DB 的待遇按工资、服务年限等公式确定, 相应资金风险按制度安排分配。

二者的区别在于预先确定的是 contribution 还是 benefit, 而不是是否拥有一个退休账户。

2.6.4 共同基金与资产管理

Mutual Funds and Asset Management

Mutual fund 汇集投资者资金, 由专业机构管理证券组合。其净资产值为资产市值减去负债, 每份净值为

$$NAV_{\text{per share}} = \frac{Assets - Liabilities}{Fund\ Shares}.$$

Open-end fund 通常按净值规则发行或赎回份额; closed-end fund 的份额通常通过市场转让, 其市场价格可能高于或低于 NAV。ETF / exchange-traded fund 是份额在交易所交易, 并具有相应申赎机制的基金。

Venture capital firm 向初创或成长企业提供资本, 并常给予经营支持。Asset management firm 受托管理个人、企业或政府等主体的资产组合。Information services 提供行情、信用评级、研究或基金评价等信息。

2.7 金融基础设施与监管

Financial Infrastructure and Regulation

Financial infrastructure 包括法律和会计规则、交易组织、清算结算设施以及监管结构。Clearing 核对和确定交易双方的义务; settlement 完成资金或证券交付。

统一的交易规则能够降低交易与执行成本。Accounting standards 提高财务信息的可比性; disclosure requirements 规定发行人应公开的信息。监管还涉及金融机构稳健性、市场交易秩序和投资者保护。

Bank run 是存款人集中提取资金的现象。当恐慌使存款人拒绝持有其他银行的存款时，可能形成 contagion，即跨机构传染。Deposit insurance、最后贷款人安排和审慎监管可以缓解相应风险，但也需要控制保障引起的道德风险。

Systemic risk 是金融机构、市场和基础设施之间的联系使局部冲击可能损害整个金融体系关键功能的风险。它与投资组合定价中表示市场共同风险的 systematic risk 含义不同。

2.8 政府与国际金融机构

Government and International Institutions

FE-SL02 p.83

Institution	中文	职能
Federal Reserve / Fed	美国联邦储备体系	美国中央银行体系
People’s Bank of China / PBC / PBoC	中国人民银行	中国中央银行，承担货币政策、金融稳定和支付体系等相关职能
Securities and Exchange Commission / SEC	美国证券交易委员会	证券市场监管、发行信息披露及投资者保护
Federal Deposit Insurance Corporation / FDIC	美国联邦存款保险公司	美国存款保险及相关银行处置职能
Bank for International Settlements / BIS	国际清算银行	为中央银行合作提供平台和服务
International Monetary Fund / IMF	国际货币基金组织	国际货币合作、经济监督和国际收支融资支持
World Bank	世界银行	以发展融资和知识服务支持发展目标
Asian Infrastructure Investment Bank / AIIB	亚洲基础设施投资银行	基础设施及相关发展项目融资

Glass–Steagall Act 通常指 1933 年美国银行法中与商业银行、投资银行业务分隔有关的安排。其相关机构关联限制在 1999 年金融服务现代化立法中被废除，因而属于特定历史阶段的制度背景。

2.9 中国金融体系与课程制度背景

The Chinese Financial System

FE-SL02 pp.84–92；机构变迁按资料标明的历史时点解释。

2.9.1 机构结构

Institutional Structure

2023 年机构改革资料所描述的金融治理调整包括以下安排。中央金融委员会承担金融稳定和发展的顶层设计与统筹协调；中央金融工作委员会统一领导金融系统党的工作；国家金融监督管理总局在原中国银保监会基础上组建；中国证监会调整为国务院直属机构。

中央银行、金融监督机构和证券监管机构的职能各有侧重，金融治理协调与具体行政监管也属于不同层次。金融机构可以按业务功能区分为银行、证券投资基金期货机构、保险机构、信托及其他非银行机构等。

2.9.2 金融五篇大文章

Five Major Areas of Financial Work

Term	中文	内涵
technology finance / science and technology finance	科技金融	为科技开发、成果转化和科技企业发展提供金融支持
green finance	绿色金融	为绿色发展、低碳转型和生态保护提供金融支持
inclusive finance	普惠金融	提高适当、可负担金融服务的覆盖面和可得性
pension finance / old-age finance	养老金融	为养老保障、养老服务和养老产业提供金融支持
digital finance	数字金融	运用数据和数字技术发展金融服务与业务

Fintech / financial technology 是金融科技,指技术用于金融活动;technology finance 是科技金融,指金融支持科技创新。二者存在业务联系,但并非同一个政策类别名称。

2.9.3 发展原则与金融文化

Principles and Financial Culture

“八个坚持”从领导、价值取向、服务目标、风险、创新、结构改革、开放安全和工作方法等方面概括中国特色金融发展道路的基本要求。

原则	内涵
党中央集中统一领导	金融发展的总体方向与治理协调
以人民为中心	金融服务对象及价值取向
服务实体经济	金融支持生产、创新和居民经济活动
防控风险	将金融稳定作为持续性要求
市场化、法治化创新	以市场机制和规则约束推进创新
金融供给侧结构性改革	改善金融结构与服务供给
统筹开放与安全	协调跨境金融联系与风险控制
稳中求进	协调改革、发展与稳定

这些要求构成相互联系的制度原则，而非资产定价恒等式。

中国特色金融文化中的“五要五不要”，分别强调诚信及底线、合理收益及公共责任、稳健及长期取向、创新及实体联系、合规及行为约束。金融强国的“六个强大”涉及货币、中央银行、金融机构、国际金融中心、金融监管和金融人才队伍，分别对应金融体系运行的关键能力。

2.9.4 金融创新与基层治理

Financial Innovation and Local Governance

金融创新不仅改变资产交易方式，也可能改变公共服务的组织方式。金融机构通过支付网络、信用服务和数字平台参与基层服务时，金融功能与地方治理形成联系。对这类安排的评价需要同时考察服务成本、信息利用、风险分担及公共责任，不能仅以技术是否新颖衡量。

第 4 章 货币的时间价值

The Time Value of Money

依据：Bodie 2e Ch4；Chapter 4 课程资料

4.1 现金流估值

Cash-Flow Valuation

Definition 4.1 Time value of money.

货币时间价值表示不同日期的现金流需要先转换到同一估值日期，才能比较或相加。**Compounding** 将现值移向未来，**discounting** 将未来现金流移向较早日期。

现金流 CF_t 的来源、符号与时点

CF 是 cash flow， t 是发生时点的下标； CF_t 表示第 t 期净收到或净付出的金额。钱来自具体活动：债券发行人支付票息与本金，租客支付租金，雇主支付工资，项目通过销售收款并支付成本与税款。公式计算这些钱在不同日期的等值金额，不会自动创造一笔额外收入。

从同一投资者角度，收款通常记正、付款记负。例如今天花 1,000 买设备，第一年净回款 500，第二年经营净回款 500 并出售设备净收款 200，则 $(CF_0, CF_1, CF_2) = (-1,000, 500, 700)$ 。若贴现率为 10%，今天价值为 $-1,000 + 500/1.1 + 700/1.1^2$ 。销售收入不能自动当作净现金流，税后利润也不能自动当作现金流；题目已给净现金流时，则不能重复扣成本或加折旧。

符号	含义	时间与单位
PV, FV	现值、终值	同一现金流分别换算到较早、较晚日期的金额。
i, r	每期有效利率	必须与计息期长度一致；月度现金流使用月利率。
n, t	总期数、某一期编号	$n = 60$ 个月不是 60 年； $t = 0$ 表示今天。
PMT	每期等额付款或收款	是金额，不是收益率；可以是还款、工资、租金或储蓄。
CF_t	第 t 期净现金流	符号从同一主体视角确定，单位为货币金额。

题型：先统一日期，再选择等值计算

题目问“今天预留多少”是求 PV ；问“若干年后积累多少”是求 FV ；问“每月存多少、每年还多少”是求 PMT 。先列每笔金额和日期，再统一币种、期长、税前税后、名义实际口径。不同日期的钱不能直接相加，因为早收到的钱可以先投资，晚支付的钱可以由较小的今天金额生息得到。

Proposition 4.1 单笔现金流.

每期有效利率为 i 、期数为 n ，则

$$FV = PV(1 + i)^n, \quad PV = \frac{FV}{(1 + i)^n}, \quad (4.1)$$

$$i = (FV/PV)^{1/n} - 1, \quad n = \frac{\ln(FV/PV)}{\ln(1 + i)}. \quad (4.2)$$

反求式要求相应正金额和有效增长因子；反求期数时 $i \neq 0$ 。

Rule of 72 以 72/年利率百分数 近似翻倍年数；精确值为 $\ln 2 / \ln(1 + i)$ 。

Theorem 4.1 价值可加性.

对相同估值日期和相容贴现条件，现金流组合的价值等于各部分价值之和：

$$PV_0 = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1 + i)^t}, \quad FV_n = \sum_{t=0}^n CF_t(1 + i)^{n-t}. \quad (4.3)$$

Proof. 每期现金流单独移动到指定日期，再按同日价值相加。贴现或复利对现金流金额是线性变换，因此保留加法。 $\square$

Example 4.1 今天应预留的资金 C4-MC-27.

三年后需支付 4,700,000，年利率 11%，今天应预留

$$PV = 4,700,000 / (1.11)^3 \approx 3,436,599.49.$$

4.2 利率报价与复利

APR, EAR and Continuous Compounding

Definition 4.2 APR and effective annual rate.

Annual percentage rate / APR 是不把年内复利效果计入报价百分比的年度利率。

Effective annual rate / EAR / EFF 是一年内全部复利后的增长率。有效年利率仍可能是名义购买力口径，effective 不等于 real。

Theorem 4.2 复利频率转换.

APR 为 k ，每年复利 m 次，投资 T 年，则

$i_{\text{period}} = k/m,$

$n = mT,$

(4.4)

$\boxed{EAR} = \boxed{(1 + k/m)^m - 1},$

$FV = PV(1 + k/m)^{mT},$

(4.5)

$k = m[(1 + EAR)^{1/m} - 1].$

(4.6)

Proof. 每期增长因子为 $1 + k/m$ ，一年复利 m 次，年度增长因子为其 m 次方。反向开 m 次方即可恢复每期利率。□

Semiannually、quarterly、monthly 分别对应 $m = 2, 4, 12$ ；日复利按约定日计数，例如 $m = 365$ 。相同 APR 下增加复利次数提高 EAR；不同 APR 的报价必须转换后比较。连续复利年率 k 满足 $FV = PVe^{kT}$ ， $EAR = e^k - 1$ ， $k = \ln(1 + EAR)$ 。这里 $e \approx 2.71828$ 为自然常数， $\ln$ 为自然对数，是求指数未知数的反运算； $e^{\ln x} = x$ 。连续复利不是每期利率无穷大，而是将固定年度报价分成越来越多次、每次越来越小的复利。

Example 4.2 年内复利 C4-MC-7, C4-MC-9.

APR 为 10%、月复利时， $EAR = (1 + 0.10/12)^{12} - 1 \approx 10.47\%$ 。12,000 的定期存单按 APR 14% 季度复利，5 年终值为

$$12,000(1 + 0.14/4)^{20} \approx 23,877.47.$$

Example 4.3 银行比较 C4-LONG-8.

本金 150,000、期限 20 年，日复利采用每年 365 次。各银行按未经提前舍入的数据计算：

Bank	APR	m	EAR	20 年终值
A	10.0%	1	10.000000%	1,009,124.99
B	9.8%	2	10.040100%	1,016,507.97
C	9.6%	4	9.951163%	1,000,202.16
D	9.5%	12	9.924758%	995,409.21
E	9.4%	365	9.854645%	982,787.83

B 的有效年利率最高, 终值比 E 多 33,720.14。较高复利频率并不保证在不同 APR 下取得较高回报。使用精确 $EAR_B = (1 + 0.098/2)^2 - 1$ 、 $EAR_E = (1 + 0.094/365)^{365} - 1$ 计算终值, 不能先把它们截成 10.04% 与 9.85% 再复利 20 年。原参考答案的 34,532.46 主要来自过早舍入, 按原始报价重算应为 33,720.14。

题型: 报价、期间利率与年化率的三个层次

APR 为 12%、月复利时, 每月利率 $i = 0.12/12 = 1\%$; 一年资金增长 1.01^{12} , 所以 EAR 为 12.6825%。投资 5 年共有 60 期, 终值为 $PV(1.01)^{60}$ 。若题目直接给 EAR 为 12%, 月度等效利率应为 $(1.12)^{1/12} - 1$, 不能再用 $0.12/12$ 。

反求贷款利率时, 先解与还款频率相同的每期利率, 再按题目要求年化。车价 35,000、60 个月每月付 814 时, 解 $35,000 = 814a_{60}(i)$ 得月利率约 1.164881%; APR 为 $12i \approx 13.9786\%$, EAR 为 $(1 + i)^{12} - 1 \approx 14.9099\%$, 二者不是同一个答案。

4.3 年金与永续年金

Annuities and Perpetuities

Definition 4.3 Ordinary annuity.

普通年金是等间隔、等金额的现金流序列, 第一笔发生在一期以后。每期金额记为 PMT , 支付时点为 $1, \dots, n$ 。

年金的钱从哪里来

Annuity 是一组现金流的排列方式, 并不是凭空多出的收入。例如固定工资由雇主支付, 固定租金由租客支付, 贷款还款由借款人支付, 每年固定储蓄由本人从收入中存入。它们满足等额、等间隔等条件时, 都可以用年金公式。annuity 不必是养老金, 也不必一年支付一次; 月供也可以构成月度年金。

从收款者角度是年金收入, 从付款者角度是年金支出。公式 $PMT a_n(i)$ 使用的 PMT 是每期金额, $a_n(i)$ 则表示每期 1 元的整组现金流今天值多少钱。

Theorem 4.3 普通年金估值.

定义年金现值因子与终值因子

$$\boxed{a_n(i) = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}}, \quad \boxed{s_n(i) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}}. \quad (4.7)$$

则 $PV = PMT a_n(i)$, $FV_n = PMT s_n(i)$, 且 $s_n(i) = (1+i)^n a_n(i)$ 。 $i = 0$ 时, 两因子均取 n 。

Proof. 令 $v = (1+i)^{-1}$, 则 $PV/PMT = v + v^2 + \cdots + v^n = v(1-v^n)/(1-v)$, 化简得现值因子。将现值滚至第 n 期得终值因子。 $\square$

也可不引入 v 。令 $A = (1+i)^{-1} + \cdots + (1+i)^{-n}$, 乘以 $1+i$ 后得到 $(1+i)A = 1 + (1+i)^{-1} + \cdots + (1+i)^{-(n-1)}$; 两式相减后中间项抵消, $iA = 1 - (1+i)^{-n}$, 所以 $A = a_n(i)$ 。

终值的每项则为 $PMT(1+i)^{n-1}, \dots, PMT$: 第一笔在第 1 期末收到, 到第 n 期末增长 $n-1$ 期; 最后一笔在估值时点刚收到, 不再生息。因此 $FV_n = PMT[(1+i)^{n-1} + \cdots + 1] = PMT s_n(i)$ 。现值因子与终值因子不能互换。

Corollary 4.1 付款额、期初年金与递延年金。

$$PMT = PV/a_n(i) = FV_n/s_n(i), \quad (4.8)$$

$$PV_{\text{due}} = PMT a_n(i)(1+i), \quad (4.9)$$

$$PV_{\text{deferred},0} = PMT a_n(i)(1+i)^{-k}. \quad (4.10)$$

期初年金第一笔发生在今天; 递延式的第一笔发生在 $k+1$ 。普通年金公式的直接估值时点总在第一笔现金流之前一期。

题型：第一笔与最后一笔决定支付次数

普通年金在 $t = 1, \dots, n$ 支付, 今天现值为 $PMT a_n(i)$; 期初年金在 $t = 0, \dots, n-1$ 支付, 所有现金流都早一期, 所以现值多乘 $1+i$ 。首次在 $t = 5$ 、共付 10 次的等额年金, 先求 $t = 4$ 的价值 $PMT a_{10}(i)$, 再除以 $(1+i)^4$; 不能误除以 $(1+i)^5$ 。

生日当天立即领取第一笔时, 应把那一笔单独计为该时点现金, 或用期初年金。题库 Gemma 65 岁当天开始领取 20 笔每年 100,000, 若 $i = 11\%$, $100,000 a_{20}(0.11)(1.11)$ 是 65 岁时的价值。若问 30 岁今天的现值, 还要再除以 $(1.11)^{35}$; “现值” 必须说明相对于哪个日期。等额还款的期数在 $i > 0$ 、 $PMT > PV \cdot i$ 时为

$$n = -\frac{\ln(1 - PV \cdot i / PMT)}{\ln(1 + i)}.$$

Perpetuity 永久等额支付，第一笔在一期后， $i > 0$ 时 $PV = PMT/i$ 。**Growing annuity** 首笔为 PMT_1 ，此后按 g 增长，共 n 笔：

$$PV = \frac{PMT_1}{i - g} \left[1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n \right], \quad i \neq g. \quad (4.11)$$

$i = g$ 时 $PV = nPMT_1/(1+i)$ 。无限期增长且 $i > g$ 时，growing perpetuity 的现值为 $PMT_1/(i - g)$ 。分子是下一期现金流，不是今天的基期金额。

题型：工资增长、立即奖金与增长年金

每年按比例增长时，现金流是 $PMT_1, PMT_1(1+g), \dots, PMT_1(1+g)^{n-1}$ 。逐项贴现后，公比为 $(1+g)/(1+i)$ ，由有限等比求和得到上式。 n 为实际收款次数；第一年价格已经给出时，增长指数从 $t - 1$ 开始。

例如今天立即奖金 45,000、下一年工资 90,000，此后年增 8%、共工作 20 年、贴现率 11%，则总报价现值为

$$45,000 + \frac{90,000}{0.11 - 0.08} \left[1 - \left(\frac{1.08}{1.11} \right)^{20} \right] \approx 1,310,649.82.$$

今天的奖金不贴现，也不能当作首年工资重复计入。增加固定金额 G 与增长固定比例 g 是不同的现金流形状。

若每期增加固定金额 G ，而非固定比例，现金流为 $A + (t - 1)G$ ，其现值为

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{A + (t - 1)G}{(1 + i)^t} = Aa_n(i) + \frac{G}{i} \left[a_n(i) - \frac{n}{(1 + i)^n} \right].$$

该式适用于 $i \neq 0$ ； $i = 0$ 时为 $nA + Gn(n - 1)/2$ 。

4.4 贷款摊还

Loan Amortization

Definition 4.4 Principal and outstanding balance.

Principal 是贷款本金, outstanding balance 是指定时点尚未归还的本金。每期 payment 包含利息与归还本金。Amortized loan 通过分期付款逐步归还本金。

Theorem 4.4 固定利率等额还款贷款.

贷款本金 L , 每期有效利率 i , 共 n 期, 等额还款为

$$PMT = L/a_n(i). \quad (4.12)$$

第 t 期付款后的余额满足

$$Interest_t = iB_{t-1}, \quad (4.13)$$

$$Principal_t = PMT - iB_{t-1}, \quad (4.14)$$

$$B_t = (1+i)B_{t-1} - PMT, \quad (4.15)$$

$$B_k = PMTa_{n-k}(i) = L(1+i)^k - PMTs_k(i). \quad (4.16)$$

Proof. 初始贷款额等于未来还款现值, 给出 PMT 。余额递推逐期展开得到后一表达式; 在第 k 次付款后, 将剩余 $n-k$ 笔付款贴现至该时点, 得到前一表达式。□

为什么 $PMT = L/a_n(i)$

银行今天借出 L , 借款人在未来 n 期末各还 PMT 。按贷款利率把所有还款折回今天, 应等于贷款本金:

$$L = \frac{PMT}{1+i} + \cdots + \frac{PMT}{(1+i)^n} = PMTa_n(i).$$

两边除以年金现值因子即得付款额。 $a_n(i)$ 是“未来每期付 1 元的今天价值”, 不是 $a \times n \times i$ 。利率为零时 $a_n(0) = n$, 才退化为只把本金平均分成 L/n 。

利息、本金与余额的逐期推导

本节 B_t 是第 t 次还款后的未偿本金, $B_0 = L$ 。期初欠款为 B_{t-1} , 本期利息为 iB_{t-1} ; 固定付款扣掉利息, 剩下 $PMT - iB_{t-1}$ 才是真正归还本金的金额。因此

$$B_t = B_{t-1} - [PMT - iB_{t-1}] = (1+i)B_{t-1} - PMT.$$

例如本金 1,000、利率 10%、分两年等额还清， $PMT \approx 576.19$ 。第一年利息 100，归还本金 476.19，余额 523.81；第二年利息约 52.38，剩余付款归还最后的本金。固定总付款不等于固定本金偿还额。

余额有两条等价计算路径。向后看，剩余 $n - k$ 次付款在第 k 次还款刚结束时的价值为 $PMT a_{n-k}(i)$ ；未来付款中的利息由贴现消除，所以现值恰为当时本金。向前看，展开递推得到

$$\begin{aligned} B_1 &= L(1+i) - PMT, \\ B_2 &= L(1+i)^2 - PMT[(1+i) + 1], \\ B_k &= L(1+i)^k - PMT[(1+i)^{k-1} + \cdots + 1]. \end{aligned}$$

方括号是终值因子 $s_k(i)$ 。每一项都已移到第 k 期，因此可以相减。 $B_n = 0$ 是正确还款表的终点核验；显示金额可保留两位，但不能在中间每期粗略截断后累积误差。

题型：完整摊销表 C4-LONG-2

贷款 120,000、年利率 9%、每年末付款、共 5 年，则 $PMT = 120,000/a_5(0.09) = 30,851.0948$ 。使用未经中间舍入的付款额：

年	期初本金	付款	利息	归还本金	期末本金
1	120,000.00	30,851.09	10,800.00	20,051.09	99,948.91
2	99,948.91	30,851.09	8,995.40	21,855.69	78,093.21
3	78,093.21	30,851.09	7,028.39	23,822.71	54,270.51
4	54,270.51	30,851.09	4,884.35	25,966.75	28,303.76
5	28,303.76	30,851.09	2,547.34	28,303.76	0.00

原参考付款 30,856 不是按给定条件算出的精确值。若合同要求每笔按分支付，最后一笔可按剩余本金及当期利息作几分钱结清调整。

题型：额外还款与贷款重组 C4-LONG-6，C4-LONG-7

额外还款从某期开始时，先按原合同求出变更前的余额，再对剩余余额使用新付款额。例如 300,000、APR 8%、月付 30 年，月利率 $i = 0.08/12$ ，原月供 2,201.2937。还完 36 期后余额为 291,840.4467；以后每期多还 100，剩余期数解

$$291,840.4467 = 2,301.2937a_N(0.08/12) \Rightarrow N \approx 281.0073.$$

题目若要求 nearest whole number, 报告 281; 若要求实际整期付款直至全部结清, 则第 281 次后仍有很小余额, 需要第 282 次小额尾款。四舍五入的期数与实际付款次数不是同一个问题。

重组题 80,000、原年利率 15%、10 年, 第三次付款后先算余额 $B_3 = 66,317.7770$, 再减记 20% 得 53,054.2216, 最后按新利率 10%、剩余新期限 15 年重新求 $PMT' = 53,054.2216/a_{15}(0.10) = 6,975.24$ 。不能直接对原始 80,000 减记, 也不能继续沿用原剩余 7 年。本金正常递减时, 每期利息减少、归还本金增加; 等额本金贷款的本金部分不随期数增加。前 k 期归还本金为 $L - B_k$, 利息合计为 $kPMT - (L - B_k)$ 。**Discount points** 是按贷款本金比例收取的预付费。若比例为 q , 净收款为 $L(1 - q)$, 实际融资成本 i^* 满足 $L(1 - q) = PMTa_n(i^*)$ 。

4.5 通胀与税收

Inflation and Taxes

Definition 4.5 Nominal and real interest rates.

Nominal interest rate 按货币金额计量回报, real interest rate 按购买力计量回报。Inflation rate 表示物价水平增长率。

Theorem 4.5 精确 Fisher 关系.

给定确定或已实现通胀率 π :

$$\boxed{1 + i_n = (1 + i_r)(1 + \pi)}, \quad \boxed{i_r = \frac{i_n - \pi}{1 + \pi}}. \quad (4.17)$$

Proof. 投资后的货币金额增长因子为 $1 + i_n$, 购买同一篮子商品的价格增长因子为 $1 + \pi$ 。购买力增长因子为两者之比。□

Example 4.4 实际利率 C4-MC-36.

名义利率 9%、通胀率 6% 时, $i_r = 1.09/1.06 - 1 \approx 2.83\%$ 。9% - 6% = 3% 是忽略乘积项的近似。

Tax-deductible 表示可减少应税所得, 支出 X 对应税盾为 τX , 而非节省全部 X 。利息逐期按税率 τ 征税时, $i_{\text{after}} = i_{\text{before}}(1 - \tau)$ 。免税收益率 i_m 的应税等

价收益率为 $i_m/(1 - \tau)$ 。如果按名义利息征税，税后实际利率为

$$i_{r,\text{after}} = \frac{1 + i_n(1 - \tau)}{1 + \pi} - 1.$$

固定名义债务下，超出预期的通胀通常降低债务的实际负担；名义与实际、税前与税后分别是不同口径。

题型：税盾不是全额报销

税率为 τ ，可抵扣费用 X 使应税收入减少 X ，因此税款减少 τX 。例如可抵扣费用 100、所得税率 20%，税盾为 20，净支出为 80。抵扣收入与直接抵减税款不同，不能把 deductible 当作免掉整笔费用。

若本金为 A ，年内收益为 rA ，对收益征税后留下 $rA(1 - \tau)$ ，年末余额为 $A[1 + r(1 - \tau)]$ 。不能对全部本金和收益都乘 $1 - \tau$ 。再考虑通胀时，应将税后名义增长因子除以 $1 + \pi$ ；先明确税基再变换实际购买力，顺序才有经济含义。

4.6 汇率平价与外币净现值

Exchange-Rate Parity and Foreign NPV

Theorem 4.6 抛补利率平价.

本币/外币即期汇率为 S_0 ，可比期限和风险下的年有效利率为 r_D, r_F 。在无交易成本和融资限制等条件下：

$$F_{0,T} = S_0 \frac{(1 + r_D)^T}{(1 + r_F)^T}. \quad (4.18)$$

Proof. 直接存本币的期末价值为 $V_0(1 + r_D)^T$ ；换外币投资并以远期汇率锁定换回本币，得到 $(V_0/S_0)(1 + r_F)^T F_{0,T}$ 。无套利要求两条确定路径终值相等。□

$F_{0,T}$ 的含义与两条投资路径

F 表示 forward， $F_{0,T}$ 是今天签约、在未来 T 时点交割时使用的远期汇率；第一个下标 0 是签约时点，第二个 T 是交割时点。它与未来才观察到的即期汇率 S_T 不同。 S_0 为今天即期汇率，两种汇率都按本币/外币报价。

r_D 为 domestic 本币利率， r_F 为 foreign 外币利率； r_F 的下标 F 表示外币，和 $F_{0,T}$ 的 forward 是不同用法。以 V_0 本币出发：

策略	今天	第 T 期本币回款
本币投资	直接投资 V_0 本币	$V_0(1 + r_D)^T$ 。
外币投资并锁汇	换成 V_0/S_0 外币	外币本息乘约定远期汇率，即 $(V_0/S_0)(1 + r_F)^T F_{0,T}$ 。

令两条回款相等，消去 V_0 ，移项即得远期汇率公式。若题目问未来使两种未锁汇投资恰好无差异的汇率，求出的临界 S_T^* 与无套利远期公式同值，但不能据此说市场将来的实际即期汇率必然等于它。

Example 4.5 未来无差异汇率 C4-MC-32.

$S_0 = 0.00745$ USD/JPY，美元利率 6%、日元利率 7%，一年后使两种投资无差异的即期汇率为

$$S_1^* = 0.00745 \frac{1.06}{1.07} \approx 0.00738037 \text{ USD/JPY}.$$

同一数值也是上述条件下的无套利远期报价，但未来即期汇率不是必然等于远期汇率。

Proposition 4.2 跨币种项目估值.

外币回款应按匹配外币及风险的贴现率估值，再按今天即期汇率转换成共同货币。若初始投入为本币 $I_{0,D}$ ：

$$NPV_D = -I_{0,D} + S_0 \sum_{t=1}^n \frac{CF_{F,t}}{(1 + r_F)^t}. \tag{4.19}$$

Example 4.6 两国项目比较 C4-SHORT-11.

两个项目都投入 20,000 美元。澳大利亚项目每年回款 40,000 澳元、持续 6 年，澳元贴现率 6%；美国项目每年回款 25,000 美元、持续 6 年，美元贴现率 5%。即期汇率为 0.65 USD/AUD，则

$$\begin{aligned} NPV_{AU} &= 0.65(40,000)a_6(0.06) - 20,000 = 107,850.43, \\ NPV_{US} &= 25,000a_6(0.05) - 20,000 = 106,892.30. \end{aligned}$$

澳大利亚项目的美元净现值高 958.13。转换的是今天的澳元现值，而非假定以后每年即期汇率始终不变。

第 5 章 家庭储蓄与投资

Household Saving and Investment

依据：Bodie 2e Ch5；Chapter 5 课程资料

5.1 人力资本与终身资源

Human Capital and Lifetime Resources

Definition 5.1 Human capital and permanent income.

Human capital 是未来劳动收入能力的价值，在确定现金流模型中等于未来劳动收入的现值。Permanent income 是现值恰等于人力资本、在剩余生命周期维持不变的实际消费额。

设剩余工作期为 N_w ，退休期为 N_r ，剩余寿命为 $T = N_w + N_r$ 。实际收入为 Y_t ，实际利率为 r ，则

$$H_0 = \sum_{t=1}^{N_w} \frac{Y_t}{(1+r)^t}, \quad H_0 = Y a_{N_w}(r) \text{ (固定年收入) .}$$

(5.1)

固定工资与利率下，剩余工作年数减少使人力资本下降；退休后无劳动收入时，人力资本为零。已有金融财富不因此自动为零。

工资、金融财富、人力资本与永久收入分别是什么

符号	含义	与其他量的区别
Y_t 或 Y	当期实际劳动收入	流量，单位货币/期；固定工资用同一个 Y 。
W_0	今天已有金融净财富	存量，例如存款和投资减债务。
H_0	剩余劳动收入的今天现值	未来尚未赚到的工资经贴现后的总金额。
C_t 或 C	当期消费或恒定消费	流量，单位货币/期；不是全部终身财富。
N_w, N_r, T	工作、退休、总消费期数	$T = N_w + N_r$ ；劳动收入与消费持续期数不同。
B	生命终点遗产	将来留下的金额，不是今天收到的继承。

当题目说 “real labor income stays constant”，意思是工作期间每期工资购买力相同，退休后仍可以变为零。人力资本不是过去工资的累加，也不是某种自动发放的奖金；它用于衡量未来收入支持当前消费安排的能力。

Theorem 5.1 跨期预算约束.

初始金融财富为 W_0 ，期末遗产为 B ，年末财富递推为

$$A_t = (1 + r)A_{t-1} + Y_t - C_t, \quad A_0 = W_0.$$

则全部可支配资源恰好使用时：

$$\sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t} + \frac{B}{(1+r)^T} = W_0 + H_0. \quad (5.2)$$

Proof. 将财富递推式除以 $(1+r)^t$ ：

$$\frac{A_t}{(1+r)^t} - \frac{A_{t-1}}{(1+r)^{t-1}} = \frac{Y_t - C_t}{(1+r)^t}.$$

从 $t = 1$ 加到 T ，中间财富项抵消，利用 $A_T = B$ 即得。 □

A_t 为什么这样递推

A_t 是第 t 期末金融净财富， A_{t-1} 为本期开始时的财富。模型假设收入与消费在期末发生，因此先让期初财富取得收益，再加工资、减消费：

$$\underbrace{A_t}_{\text{期末财富}} = \underbrace{A_{t-1} + rA_{t-1}}_{\text{期初财富及投资收益}} + \underbrace{Y_t - C_t}_{\text{本期末消费收入}}.$$

例如期初金融财富 10,000、利率 5%、年末工资 8,000、消费 6,000，则期末财富为 12,500。 A_t 不包含以后尚未赚到的工资；若允许借款， $A_t < 0$ 表示净负债。它与贷款部分的本金余额 B_t 、本节期末遗产 B 是不同的量。

终身预算的经济含义是：消费的现值加上遗产现值，等于初始金融财富加未来工资现值。每一项先移到今天再相加，避免把今天金额和未来金额直接混在一起。等式表示全部可支配资源最终恰好用完；若还允许额外未花掉的财富，则应明确把它列入终期财富。

Corollary 5.1 恒定消费.

每年实际消费为同一个 C 时:

$$C = \frac{W_0 + H_0 - B(1+r)^{-T}}{a_T(r)}. \quad (5.3)$$

零初始财富、无遗产时, $C = H_0/a_T(r)$ 。固定工资时亦可写为

$$C = Y \frac{1 - (1+r)^{-N_w}}{1 - (1+r)^{-T}}, \quad r \neq 0.$$

$r = 0$ 时, $C = (W_0 + YN_w - B)/T$ 。

人力资本的单位是货币金额, 永久收入的单位是货币/年。预算约束给出恒定消费的可持续水平; 若进一步称为效用最优消费, 还需相应偏好与时间折现条件。

恒定消费公式与固定工资公式的逐步变形

每期消费都等于 C 时, 消费现值为 $C a_T(r)$ 。因此

$$C a_T(r) + B(1+r)^{-T} = W_0 + H_0 \Rightarrow C = \frac{W_0 + H_0 - B(1+r)^{-T}}{a_T(r)}.$$

先从全部资源中预留遗产的现值, 剩余资源再转换成持续 T 期的等额消费。今天收到继承 X 则加在 W_0 中; 未来第 T 期留下 B 则先贴现, 两个金额即使相同, 对今天消费的影响也不同。

固定年工资且 $W_0 = B = 0$ 时, $H_0 = Y a_{N_w}(r)$, 所以

$$C = Y \frac{a_{N_w}(r)}{a_T(r)} = Y \frac{[1 - (1+r)^{-N_w}]/r}{[1 - (1+r)^{-T}]/r} = Y \frac{1 - (1+r)^{-N_w}}{1 - (1+r)^{-T}}.$$

上下都有 $1/r$, 约去后才得到固定工资表达式。分子对应挣钱的年数, 分母对应消费的年数。零利率时使用 $a_n(0) = n$, 才可以直接把全部工资 YN_w 平均分到 T 年。

题目直接要求 consumption smoothing 时, 上式给出符合预算的恒定消费。若要从效用最大化推出恒定消费, 还需偏好等条件; 不能仅凭预算方程就证明任意人的最优消费必然每年相同。**Borrowing constraint** 限制每期可借资金, 终身资源足够并不保证任意时点的消费路径可融资。

Example 5.1 人力资本与永久收入.

Kieran 25 岁, 60 岁退休、80 岁去世, 实际年工资 45,000, 实际利率 3%。工作期

35 年，消费期 55 年，因此

$$H_0 = 45,000a_{35}(0.03) = 966,924.90, \quad C = H_0/a_{55}(0.03) = 36,113.75.$$

计算顺序是 $N_w = 60 - 25 = 35$ 、 $T = 80 - 25 = 55$ ，先用工资 45,000 乘 $a_{35}(0.03) = 21.48722007$ 得总金额，再除以消费因子 $a_{55}(0.03) = 26.77442764$ 得每年金额。不能除以未贴现的 55，也不能用 55 年工资代替 35 年工资。

工作时每年储蓄约 $45,000 - 36,113.7469 = 8,886.25$ ，退休时积累为 $8,886.2531s_{35}(0.03) = 537,281.36$ ，恰好等于退休后 20 年消费的退休时点现值 $36,113.7469a_{20}(0.03)$ 。这是对整条资金路径的核验。

5.2 退休储蓄与额外财富

Retirement Saving and Additional Wealth

Definition 5.2 Replacement rate, bequest and inheritance.

Replacement rate 是退休消费或退休收入目标与退休前收入的比例。Bequest 是生命终点留下的财富；inheritance 是从他人处继承的财富。二者发生时点不同。

退休首笔消费在退休后一年末，固定退休消费为 C_{ret} ，退休时需有

$$A_{N_w} = C_{ret}a_{N_r}(r).$$

工作期每年年末储蓄 s 时：

$$s = \frac{C_{ret}a_{N_r}(r) - W_0(1+r)^{N_w}}{s_{N_w}(r)}. \quad (5.4)$$

若退休当天首次提款，则退休支出按期初年金计；首次与末次存款日期决定实际存款次数。今天增加财富 X ，恒定消费增加 $X/a_T(r)$ ；期末多留遗产 B ，恒定消费减少 $B(1+r)^{-T}/a_T(r)$ 。

题型：退休目标倒推工作期储蓄

先固定一个连接日期，通常选退休时点。把退休提款全部折到该日，得到目标余额；把已有财富滚到同一天，从目标中减去；剩余部分再除以实际存款序列的终值因子。存款和提款即使每年金额固定，也可能因首末时点不同而相差一笔。

例如退休后每年末消费 C_{ret} 、共 N_r 年，退休时需 $C_{ret}a_{N_r}(r)$ ；工作期每年末存 s 、共 N_w 次，退休时为 $s s_{N_w}(r)$ 。加入初始财富 $W_0(1+r)^{N_w}$ 后令二者相等，移项就得到上面的储蓄公式。

题库 Anton 两种方案：逐笔数日期 C5-LONG-5

年利率 9%，退休后每年 80,000、共 20 笔。方案 1 存款在 $t = 1, \dots, 29$ ，提款在 $t = 30, \dots, 49$ 。在 $t = 29$ 比较：

$$s_1 s_{29}(0.09) = 80,000 a_{20}(0.09) \Rightarrow s_1 = 5,882.96.$$

方案 2 存款在 $t = 0, \dots, 30$ ，共 31 笔；提款在 $t = 31, \dots, 50$ 。在 $t = 30$ 比较，存款终值为 $s_2[(1.09)^{30} + \dots + 1] = s_2 s_{31}(0.09)$ ，因此

$$s_2 = \frac{80,000 a_{20}(0.09)}{s_{31}(0.09)} = 4,882.38.$$

原参考的约 4,479 额外多计了一期增长。存款从今天开始不意味着在任何选定终点都机械多乘 $1+r$ ；先看第一笔到估值日实际增长几年。

题型：退休当天提款、以后增长、最后留下遗产 C5-LONG-7

今天 45 岁，60 岁退休，60 至 69 岁生日各提款一次，首笔 60,000、以后每年增 10%，70 岁留下 400,000；账户利率 11%，已有 100,000。先选 60 岁、尚未提款的日期作为连接点。十笔提款相对于该日发生在 $k = 0, \dots, 9$ ，遗产发生在 $k = 10$ ，所以目标财富为

$$A_{60}^{\text{before}} = \sum_{k=0}^9 \frac{60,000(1.10)^k}{(1.11)^k} + \frac{400,000}{1.11^{10}} = 717,124.72.$$

每年末储蓄 s ，从 46 岁至 60 岁共 15 笔，最后一笔在 60 岁提款前存入。于是

$$100,000(1.11)^{15} + s s_{15}(0.11) = 717,124.72 \Rightarrow s = 6,936.88.$$

首笔退休款不能再除以 1.11，因为它就在估值当天；400,000 则必须从 70 岁折回 60 岁。增长率 10% 控制提款金额，账户回报 11% 控制等值转换，两个百分比不能互换。

题型：每月金额递增，但每年重复同一模式 C5-LONG-8

雇主每年 1 月末缴 100、2 月末缴 200，依次至 12 月末缴 1,200；下一年 1 月又从 100 开始，共持续 25 年。账户 APR 为 12%、月复利。这不是 300 个月一路增加 100 的数列，也不是每月固定 650 的普通年金。

月利率为 1%。先将单个年度的十二笔缴费折到该年年初，得到等值金额

$$V_{\text{year,start}} = \sum_{m=1}^{12} \frac{100m}{1.01^m} = 7,182.37545.$$

每年模式相同，因此相当于在第 0、1、...、24 年年初各放入这一等值金额。年度有效利率为 $j = 1.01^{12} - 1 = 12.682503\%$ ，第 25 年末总值为

$$FV_{25} = V_{\text{year,start}}(1+j)s_{25}(j) = 1,198,977.25.$$

多乘的 $1+j$ 来自年初等值金额要比年末年金多增长一年。也可先将十二笔缴费滚到年末，再对 25 个年末等值金额使用普通年金终值；两种方法相同。账户的实际钱来自雇主每月缴费，7,182.37545 是估值转换，不是雇主在年初另付的一笔钱。计算保留完整月利率与 EAR，不能提前将 12.682503% 截成 12.68% 后再滚 25 年。

题型：第一笔保购买力，但以后固定名义金额 C5-LONG-6

母亲今天 68 岁，两年后退休，第一笔提款要有今天 60,000 的购买力，通胀 6%，账户收益 9%。题干说退休收入为 fixed amount，故三笔名义提款在 $t = 2, 3, 4$ 都应应为 $A = 60,000(1.06)^2 = 67,416$ ，并非以后再逐年提高。

若工作期储蓄只在 $t = 0, 1$ 各存一次，初始财富 100,000，则今天预算为

$$100,000 + s + \frac{s}{1.09} = \frac{67,416}{1.09^2} + \frac{67,416}{1.09^3} + \frac{67,416}{1.09^4},$$

得到 $s = 29,497.49$ 。若允许退休当天 $t = 2$ 另存一笔，则需另加 $s/1.09^2$ ，得到每笔 20,499.14。原题对最后一次存款未完全明示，须先说明采用哪种次数；原参考将提款按通胀逐年提高，则与“固定名义金额”的文字不一致。

5.3 社会保障与税延

Social Security and Tax Deferral

Definition 5.3 Social security and pension arrangements.

Social security 在退休模型中指工作期缴费、退休期领取养老金的制度。Lifetime annuity 在领取者生存期间持续支付，可以分担 longevity risk，即寿命长于预期使储蓄不足的风险。

工作期每年缴费 q ，退休期每年领取 P ，则家庭预算为

$$Ca_T(r) + B(1+r)^{-T} = W_0 + (Y - q)a_{N_w}(r) + \frac{Pa_{N_r}(r)}{(1+r)^{N_w}}. \quad (5.5)$$

工作期私人储蓄为 $Y - q - C$ 。养老金与缴费现值相等、税务及融资条件相同时，制度可替代部分私人储蓄而不改变总消费资源。

缴费、养老金与私人储蓄的资金来源

q 是工作期从工资中缴入社会保障制度的每期金额， P 是退休期由制度支付的养老金。工作时可自行分配的收入从 Y 变为 $Y - q$ ，退休时则多出养老金流入。养老金不能同时算作工作期收入，也不能在私人储蓄已扣 q 后又重复扣一次。

终身预算中的养老金先按 $Pa_{N_r}(r)$ 折到退休日，再除以 $(1+r)^{N_w}$ 折到今天。 P 是养老金金额，不是股票价格；本段变量均以家庭的实际购买力口径计量。

Definition 5.4 Tax-deferred account.

Tax deferral 是将纳税时点推迟到未来。在缴存可扣税、积累期收益不逐年纳税、提款时纳税的退休账户模型中，尚未缴出的税款可以参与复利。

以相同税前资源 X 比较，当前税率 τ_0 、提款税率 τ_R 、普通账户年度收益税率 τ_g ：

$$FV_{\text{deferred}} = X(1+r)^n(1-\tau_R), \quad (5.6)$$

$$FV_{\text{ordinary}} = X(1-\tau_0)[1+r(1-\tau_g)]^n. \quad (5.7)$$

税延与普通账户：先明确比较的是同一笔税前收入

X 是今天同样多的税前资源， r 为账户税前每期回报， n 为投资期数； τ_0 是今天的收入税率， τ_R 是最后提款税率， τ_g 是普通账户每年收益税率。税延模型假设存款可扣税、积累期不逐年征收益税、提款时对全额征税。

税延账户最初可投入完整 X ，经过 n 期得到税前余额 $X(1+r)^n$ ；提款时缴税 $\tau_R X(1+r)^n$ ，所以最后留下 $X(1+r)^n(1-\tau_R)$ 。缴税被推迟，不表示永远不缴税。

普通账户先缴收入税，投入 $X(1-\tau_0)$ 。任一期期初余额为 A 时，收益 rA 缴税后剩下 $rA(1-\tau_g)$ ，期末为 $A[1+r(1-\tau_g)]$ ；重复 n 次即得普通账户公式。这里每年只对收益征税，不能把增长因子写成 $(1+r)(1-\tau_g)$ ，否则会把本金也每年重新征税。

$X = 1,000, r = 10\%, n = 2$ ，三种税率均 20%			税延账户	普通账户
最初实际投入			1,000.00	800.00
第 1 年末账户余额			1,100.00	864.00
第 2 年末、提款前余额			1,210.00	933.12
最后提款税			242.00	0.00
最终可用金额			968.00	933.12

普通账户的收益已逐年纳税，题设下不再对全部提款征同一种税。税延让暂未缴出的税款参与复利，并免去积累期年度收益税的复利损耗；税率变化时仍需实际比较，不能说任何税延方案都必然更好。

题库税延计算 C5-MC-2，C5-MC-3

同样的税前资源 10,000、年利率 8%、30 年、各税率 20%，税延账户税后为 $10,000(1.08)^{30}(0.8) = 80,501.26$ ；普通账户为 $10,000(0.8)(1 + 0.08 \times 0.8)^{30} = 51,444.49$ ，分别选择约 80,501 和约 51,445 的选项。若题目把 10,000 明确称为已经缴过所得税的账户余额，就不能再不加区分地扣一次 τ_0 。每年年末投入同额税前资源时，相应终值为

$$FV_{\text{deferred,annuity}} = Xs_n(r)(1-\tau_R),$$

(5.8)

$$FV_{\text{ordinary,annuity}} = X(1-\tau_0)s_n(r(1-\tau_g)).$$

(5.9)

IRA 是 individual retirement account 的缩写，具体税务处理取决于账户类型；税延不等于免税。初始金额若已是账户内税后资金，不应重复扣除初始所得税。

5.4 终身预算综合例证

Lifetime-Budget Synthesis

Example 5.2 消费、遗产与继承 SYN-1.

现年 25 岁、65 岁退休，退休后生活 15 年；年末税后实际工资 35,000，借贷实际利率 4%。因此 $N_w = 40$ ， $N_r = 15$ ， $T = 55$ 。下列各情形独立比较。

$$H_0 = 35,000a_{40}(0.04) = 692,747.09,$$

$$C_0 = H_0/a_{55}(0.04) = 31,333.81,$$

$$\rho = C_0/35,000 = 89.5252\%,$$

$$s_0 = 35,000 - C_0 = 3,666.19.$$

期末留遗产 100,000 时，

$$C_B = \frac{H_0 - 100,000(1.04)^{-55}}{a_{55}(0.04)} = 30,810.69.$$

今天继承 100,000 时，

$$C_W = \frac{H_0 + 100,000}{a_{55}(0.04)} = 35,856.94, \quad s_W = -856.94.$$

负的当期储蓄表示消费超过当期工资，可以通过动用继承财富支持，并不自动表示总财富为负。

Example 5.3 不同制度收益率的养老金 SYN-1.

在上一例的基本情形下，工作期每年缴费 2,000，制度对整个缴费与养老金现金流提供 5% 的隐含实际收益率。设退休期每年年末养老金恒定为 P ，则按制度隐含收益率：

$$2,000s_{40}(0.05) = Pa_{15}(0.05), \quad P = 23,276.25.$$

养老金的支付时点采用与工作期年末缴费一致的普通年金安排。家庭自身的投资和借贷利率仍为 4%，故

$$C_{ss} = \frac{33,000a_{40}(0.04) + 23,276.2532a_{15}(0.04)(1.04)^{-40}}{a_{55}(0.04)} = 31,981.45.$$

每年私人储蓄为 $35,000 - 2,000 - C_{ss} = 1,018.55$ 。5% 用于推导制度给付，4% 用于家庭资源估值，两者不可混用。按题目六个小问分别理解：无遗产的恒定消费

31,333.81；替代率为 $C/Y = 89.5252\%$ ；今天人力资本 692,747.09；期末留遗产时消费 30,810.69；今天继承财富时消费 35,856.94、私人净储蓄 -856.94；引入社保时消费 31,981.45、私人储蓄 1,018.55。各情形按题意独立，不能先继承又留遗产后再将结果带入社保小问。

社保小问还采用每年恒定退休给付的普通年金安排。先以制度隐含 5% 把工作缴费与退休给付在退休日配平，得到 P ；再用家庭可借贷的 4% 估计这项给付对家庭资源的价值。家庭每年私人储蓄不是 $Y - C$ ，而是 $Y - q - C$ ，因为 q 已缴入制度。

5.5 教育与住房

Education and Housing

Definition 5.5 Incremental educational investment.

教育投资以学费和放弃的劳动收入换取未来额外工资。Foregone earnings 是机会成本；应比较教育方案与不接受教育方案的现金流差额。

学习 d 年，每年学费 $Tuition$ 、放弃工资 Y ，以后额外工资 ΔY 持续 h 年，年末发生：

$$NPV_{edu} = -(Tuition + Y)a_d(r) + \Delta Y a_h(r)(1+r)^{-d}. \quad (5.10)$$

使教育投资恰好无差异的额外年工资为 $(Tuition + Y)a_d(r)(1+r)^d/a_h(r)$ 。

题型：教育投资只比较增量 C5-LONG-2

读书 d 年的支出与放弃工资是成本，毕业后的额外工资才是收益。不能把毕业后的全部工资都当成教育创造的增量，也不能只算学费却漏掉 foregone earnings。两个方案本来都会发生的相同生活费用不应重复算作增量；题目将某项生活费并入教育成本时，要说明按其题设成本口径计算。

28 岁开始两年 MBA，题设年度教育支出 25,000、放弃工资 35,000，故每年增量成本 60,000。4% 利率下先把两笔成本积累到毕业日： $60,000[(1.04)^2 + 1] = 122,400$ 。毕业后第一年末开始取得额外工资，一直工作到 65 岁，共 $65 - 30 = 35$ 笔。因此

$$\Delta Y a_{35}(0.04) = 122,400 \Rightarrow \Delta Y = 6,557.86 \text{ 每年.}$$

原题库某些概念选项将收益现值与成本终值比较，这种写法不成立。正确判据必须先统一日期：收益现值大于成本现值，或同一未来日期的收益终值大于成本终值。

Proposition 5.1 永续住房服务的租买比较.

购房价 P_0 、每年维护费 M 、可抵所得税的房产税 Tax_p ，税率为 τ ，则税后持有成本 $h = M + Tax_p(1 - \tau)$ 。税后实际贴现率为 $r_a > 0$ ，年末费用永久不变时：

$$PV_{rent} = Rent/r_a, \quad PV_{buy} = P_0 + h/r_a, \quad (5.11)$$

$$\boxed{Rent^*} = \boxed{r_a P_0 + h}, \quad \boxed{r_a^*} = \boxed{(Rent - h)/P_0}. \quad (5.12)$$

税前与税后实际利率采用简化关系 $r_a = r_b(1 - \tau)$ 时，税前临界利率为 $r_b^* = (Rent - h)/[P_0(1 - \tau)]$ 。若税实际按名义利息征收，应使用相应精确税后实际利率。

Example 5.4 临界租金与临界利率.

房价 250,000，年租金 16,000，房产税及维护费合计 5,000，其中房产税 3,200 可抵扣，税率 40%，税前实际利率 3.5%。按上述简化税务模型：

$$h = 5,000 - 0.4(3,200) = 3,720, \quad r_a = 2.1\%.$$

买房成本现值为 427,142.86，租房成本现值为 761,904.76，因此买房较低。临界租金为 8,970/年；临界利率为税后 4.912%，对应税前约 8.19%。Break-even rent 与 break-even rate 分别以租金和利率为未知数。

房价、房产税、所得税与维护费逐项区分

P_0 是今天房价， $Rent$ 是每年租金， M 是每年维护费， Tax_p 是每年房产税金额。 $\tau = 40\%$ 是所得税率，不是房产税率。总费用 5,000 中只有房产税 3,200 可抵扣，因此 $M = 1,800$ ，所得税节省 $0.4(3,200) = 1,280$ ，真正年度持有费用 $h = 5,000 - 1,280 = 3,720$ 。

r_b 为税前实际利率， r_a 为税后实际利率，下标 a 表示 after-tax，不是年金现值因子 a_n 。本题课堂简化模型给 $r_a = 0.035(0.6) = 0.021$ ，故未来实际费用使用 2.1% 贴现。租金已包含持有费，租房一侧不能再加 5,000；房产税可抵扣也不意味着 3,200 全部免付。

为什么成本现值分别是 $Rent/r_a$ 与 $P_0 + h/r_a$

从成本角度把付款记作正金额。租房今天不买房，每年末支付相同实际租金，无限持续时是永续年金，所以现值为 $Rent/r_a$ 。买房今天先付 P_0 ，以后每年末支付相同 h ，所以成本现值为 $P_0 + h/r_a$ 。两种方案获得相同住房服务，成本现值越低越好。

乘以相同正利率 r_a 后, 可以等价比较年度成本: 租房为 $Rent$, 买房为 $r_a P_0 + h$ 。其中 $r_a P_0 = 5,250$ 是把 250,000 用于购房而放弃的年度可比投资收益, 属于机会成本, 并非额外的一张实际账单。买房等价年度成本为 $5,250 + 3,720 = 8,970$, 低于租金 16,000。

两种 break-even 的代数推导与答案口径

令 $Rent/r_a = P_0 + h/r_a$, 两边乘以 r_a 得 $Rent = r_a P_0 + h$ 。给定利率、求租金时, $Rent^* = r_a P_0 + h$; 给定租金、求利率时, $r_a^* = (Rent - h)/P_0$ 。星号表示无差异的临界值, 不表示一个额外支付项目。

本题 $r_a^* = (16,000 - 3,720)/250,000 = 4.912\%$, 转成与题设一致的税前实际口径为 $r_b^* = 4.912\%/0.6 = 8.1867\%$ 。利率越高, 购房资金机会成本越大, 因此实际税前利率低于临界值买房较低, 高于临界值租房较低。把临界租金 8,970 与临界利率 8.19% 混作同一问, 属于未知量与单位不一致。

若只持有 n 年, 售房净回收为 V_n , 则购房成本现值应减去 $V_n/(1+r)^n$ 。采用按揭融资时, 首付、贷款还款和终期贷款余额应统一列入, 避免完整购房价与本金还款重复计算。

题型: 旅行、遗产与退休目标同时存在 C5-LONG-9

多个目标统一到今天列一个资源预算, 不要为每个目标重复使用同一笔初始财富。题库综合储蓄题中, 月供 30 年, 账户 APR 10% 月复利, 故月利率 $i = 0.10/12$ 、存款次数 360。旅行在第 36 月支出 10,000; 已有财富 15,000; 第 60 月收到房产并立即出售, 售价为 $12,000(1.09)^5$ 。

退休在第 30 年, 年金在退休一年后首次领取。若严格按“通胀持续到首次领取日”的题干, 第一笔退休年金应为 $A = 50,000(1.04)^{31}$ 。年金机构使用 8.5% 定价, 退休时购买 15 年固定年金所需 $Aa_{15}(0.085)$; 它与本人积累账户的利率是不同用途。今天的预算为

$$PMT a_{360}(i) + 15,000 + \frac{12,000(1.09)^5}{(1+i)^{60}} = \frac{10,000}{(1+i)^{36}} + \frac{Aa_{15}(0.085)}{(1+i)^{360}}.$$

按这一首次领取日期, 月供为 454.56。原参考把通胀只算至退休日, 使用 $A = 50,000(1.04)^{30}$, 会得到 430.73。两者差别来自通胀截止日期, 而非年金公式; 作答必须说明采用第 30 年还是第 31 年的首笔金额。

5.6 房地产系统

The Real Estate System

房地产市场可以分为三个相互联系的环节：

环节	核心问题	主要连接
Space market	租金多少？	供需影响租金与空置率
Asset market	物业值多少？	净收入与要求收益率决定价值
Development	是否新建？	资产价值与开发成本的比较

扣除运营支出后的物业收入为 **net operating income**，记作 *NOI*。若净收入保持不变且视作永续现金流，

$$V = \frac{NOI}{k},$$

其中 $k > 0$ 是与该风险匹配的资本化率。在这个无增长模型中，*NOI* 上升提高价值，要求收益率上升降低价值。真实资本化率不一定等于无风险利率。

可以用一条反馈链理解：使用需求上升 → 租金或出租率上升 → 预期净收入上升 → 物业价值上升 → 开发更有利可图 → 新供给增加 → 租金上涨受到约束。

建设存在时滞，且土地、规划、融资和地方供需不同，反馈并非瞬间完成。资本市场上的要求收益率变化，即使没有即时改变租金，也可以先改变资产价格。

第 6 章 投资项目管理

The Analysis of Investment Projects

依据：Bodie 2e Ch6；Chapter 6 课程资料

6.1 投资机会的来源

Sources of Investment Ideas

长期投资机会通常来自客户需求、技术能力、竞争条件及生产经营流程的变化。

Project type	中文	经济来源
new-product project	新产品项目	以新产品或业务满足现有及潜在客户需求
cost-reducing project	成本节约项目	使用新技术或组织方式降低原有经营成本
replacement project	资产更新项目	用新的资产替代现有设备，改变效率、成本或产能

Research and development / R&D 是形成新技术和产品的重要活动。竞争者的产品、专利、投资和人员配置也能提供市场与技术信息；生产和分销部门则可能发现提高收入或节省成本的机会。

投资构想本身不等于具有经济价值的项目。只有当其增量收益足以补偿投入和资本机会成本时，项目才增加股东财富。

6.2 现金流、折旧与税收

Cash Flows, Depreciation and Taxes

Definition 6.1 Project cash flows.

项目增量现金流是实施与不实施项目两种情形下的现金流之差。Sunk cost 不随当前决策改变，排除在增量评价之外；opportunity cost 和 cannibalization 引起的损失属于增量影响，应计入。

Revenue 为销售收入, variable cost 随产量变化, fixed cost 在相关产量范围内不随产量变化。单位边际贡献为 $p - v$ 。**Straight-line depreciation** 将可折旧金额等额分摊; **book value** 是会计记录价值; **salvage value** 是资产出售回收金额。完全折旧不表示市场售价必为零。

Proposition 6.1 税后经营现金流.

设销量 Q 、单价 p 、单位变动成本 v 、不含折旧的现金固定成本 FC 、年折旧 D 、税率 τ 。无利息与额外应计调整, 且税盾可当期使用时:

$$EBIT = (p - v)Q - FC - D, \quad (6.1)$$

$$OCF = EBIT(1 - \tau) + D \quad (6.2)$$

$$= \boxed{[(p - v)Q - FC](1 - \tau) + \tau D}. \quad (6.3)$$

Proof. 经营现金流等于现金收入减现金经营费用和税款。折旧在利润中扣除, 但不是当期重新支付的现金, 故需加回。合并折旧项得到税盾 τD 。□

税后利润 $EAT / \text{net income}$ 与现金流不同。由税后利润推导经营现金流时加回非现金折旧; 已经给定的经营现金流不再重复加回。会计亏损能否立即带来现金税收抵扣依赖相应条件。

EBIT、EAT 与 OCF: 同一项经营活动的三种计量

EBIT / earnings before interest and taxes 是息税前利润, 即扣除经营成本与折旧、尚未扣除融资利息和所得税的会计利润。**EAT / earnings after tax** 是税后利润。在本章不单独列融资利息的项目模型中, $EAT = EBIT(1 - \tau)$; 有利息费用的公司报表不能直接套用这一等式。

OCF / operating cash flow 是经营现金流。它来自客户付款扣除经营现金支出与税款, 反映经营活动产生的现金。公司获得贷款也收到钱, 但贷款不是销售收入, 也不是经营现金流。折旧 D 是把历史设备成本按会计期间分摊, 不是在每年折旧时再买一次机器。

例如, 某年现金销售收入 1,000、现金经营成本 600、折旧 100, 税率 20%, 且没有应收应付变化与利息。则

$$EBIT = 1,000 - 600 - 100 = 300,$$

$$Tax = 300(0.20) = 60, \quad EAT = 300 - 60 = 240,$$

$$OCF = 1,000 - 600 - 60 = 340 = 240 + 100.$$

税后利润 240 与经营现金 340 相差折旧 100。加回折旧只是撤销利润中那项非现金扣除，不是公司额外收到 100。设备真实购置付款在购买日计入资本支出。

OCF 公式的两条等价路径与税盾来源

从利润出发， $OCF = [Revenue - Cash Costs - D](1 - \tau) + D$ 。将最后两项展开： $-D(1 - \tau) + D = \tau D$ ，得到

$$OCF = (Revenue - Cash Costs)(1 - \tau) + \tau D.$$

本例若不允许扣除折旧，应税利润为 400、税款为 80；允许扣除后税款为 60。因此 **depreciation tax shield / 折旧税盾** 为 $80 - 60 = \tau D = 20$ 。税盾是少缴的税，并非设备折旧本身变成现金。税率为零时 $OCF = Revenue - Cash Costs$ ，可用于检查公式。

题目给 revenue 与 operating expenses excluding depreciation 时，先减折旧求 EBIT；给 earnings after tax / net income 时，在本章简化条件下直接加回折旧；给 OCF 时直接使用。已经是税后金额的数不能再乘一次 $1 - \tau$ 。题目若把 operating expenses 写成包含折旧，不能再扣同一项折旧。

Capital expenditure / CapEx 为长期资产投入，经营净营运资本增加额为 $\Delta NWC_t = NWC_t - NWC_{t-1}$ 。与 WACC 相容的自由现金流为

$$FCF_t = EBIT_t(1 - \tau) + D_t - CapEx_t - \Delta NWC_t. \quad (6.4)$$

营运资本增加占用现金，终期回收释放现金。若出售损益按同一税率即时处理，税后残值为

$$SV_{after} = SV - \tau(SV - BV_n).$$

使用 WACC 贴现的无杠杆项目现金流通常不另扣融资利息，以免重复计算融资影响。

OCF 为什么还不是项目最终可分配的现金

FCF / free cash flow 在本章指扣除项目所需资本支出与经营营运资本投入后的无杠杆自由现金流。OCF 衡量经营创造现金的能力；FCF 进一步扣除维持或扩张项目必须占用的钱。若本年 OCF 为 340、购置新设备 200、追加营运资本 50，则 $FCF = 340 - 200 - 50 = 90$ 。投入项目的现金不能同时当成分配给投资者的现金。

Operating net working capital / 经营净营运资本 通常包括应收账款、存货及必要经营现金，扣除无息经营应付款。本题库用给定 NWC 作为项目资金占用，

不将借款当作销售收入。库存商品或未收回货款占用现金，所以增加 NWC 时现金流为负；卖清库存、收回应收款并结清应付款后，净占用减少，才释放现金。假设 NWC 从 30 增到 40，当期扣除的是 $\Delta NWC = 10$ ，不能每年把余额 40 都当作新的付款。

终止时若全部回收 NWC，释放的通常是此前累计占用余额。它不是新增销售收入，不应再按销售利润重复征税；若题设存在坏账或存货折价，则按实际回收额及相应税务调整。资产出售残值与 NWC 回收是两件事，不能漏掉其中一项。

项目题的现金流表：从题干到 NPV 的固定顺序

1. 定义比较对象。以“做项目减不做项目”为增量；已经花掉且无法因决策改变的调研费为 sunk cost；自有土地若可出售，放弃的出售所得为 opportunity cost；新产品挤走旧产品利润为 cannibalization。
2. 列第 0 期。设备、必要安装费、初始 NWC 是流出；旧设备出售及相关税收按题设加入。可资本化安装费进入设备折旧基础，NWC 不进入折旧基础。
3. 逐年求收入、现金成本、折旧、EBIT、税、OCF。若“首年售价”已给定，第 t 年使用 $p_1(1+g)^{t-1}$ ；若给的是今天价格，首年名义价格才可能需要乘一次通胀因子。
4. 从各年 OCF 扣追加 CapEx 与 ΔNWC ；末年再加税后残值、营运资本回收。末年经营仍在发生，不能用回收款替掉最后一期 OCF。
5. 将完整 $CF_0, CF_1, \dots, CF_n$ 按同一风险、货币、名义或实际口径贴现。NPV 是金额，IRR 是每期收益率，两者必须分别标注单位。

Example 6.1 追加与回收营运资本 C6-LONG-5.

饮料设备投入 4.2 百万，初始 NWC 为 3 百万，第 1 年末再追加 1 百万，6 年末全部回收；年收入 8 百万、现金经营费用 5 百万，直线折旧至零，税率 40%、贴现率 11%，无设备残值。以下统一以百万为单位：

$$D = 4.2/6 = 0.7, \quad EBIT = 8 - 5 - 0.7 = 2.3, \quad OCF = 2.3(0.6) + 0.7 = 2.08.$$

第 0 期共付款 $4.2 + 3 = 7.2$ ；第 1 年追加 NWC 后净得 $2.08 - 1 = 1.08$ ；最后释放 NWC 的余额为 $3 + 1 = 4$ 。

日期	第 0 年	第 1 年	第 2-5 年各年	第 6 年
经营现金流	0	2.08	2.08	2.08
设备支出	-4.20	0	0	0
NWC 投入或回收	-3.00	-1.00	0	4.00
项目净现金流	-7.20	1.08	2.08	6.08

$$NPV = -7.2 + 2.08a_6(0.11) - \frac{1}{1.11} + \frac{4}{1.11^6} = 2.837181 \text{ 百万} > 0.$$

原参考中的 $4.2 + 3 = 7.5$ 和 $4.2/6 = 0.6$ 均为算术错误。计算应从题干的 4.2 与 3 重新开始。

Example 6.2 题目直接给税后利润 C6-LONG-6.

服务器价格 75,000、安装费 8,000、初始 NWC 为 13,000，寿命 6 年，设备直线折旧至零，无出售收入。每年增加的税后利润为 24,000，每年末追加 NWC 6,000，终期全部回收，资本成本 17.5%。安装费资本化，因此

$$CF_0 = -(75,000 + 8,000 + 13,000) = -96,000, \quad D = 83,000/6 = 13,833.33.$$

24,000 已经扣税，故 $OCF = 24,000 + D = 37,833.33$ ，再减追加 NWC 后每年净流量为 31,833.33。按“六个年度每年均追加 6,000”的条件，末年累计回收 $13,000 + 6(6,000) = 49,000$ ，所以

$$\begin{aligned} CF_{1-5} &= 31,833.33, & CF_6 &= 80,833.33, \\ NPV &= 35,402.21, & IRR &= 29.2493\%. \end{aligned}$$

NPV 为正且 IRR 高于 17.5%，应接受。原参考把安装费改成 9,000，改变了初始支出与折旧，不符合原题。若另一题明确“只在前五年追加”，应相应只追加五次并回收对应余额，不能照搬 49,000。

Example 6.3 现金经营盈余不等于税后经营现金流 C6-LONG-7.

ActiveWear 的设备 15 百万、初始 NWC 为 3.2 百万，6 年末全部回收 NWC；每年收入减不含折旧的经营费用为 5 百万，税率 35%，资本成本 16%。以百万为单位：

$$\begin{aligned} CF_0 &= -18.2, & D &= 15/6 = 2.5, \\ OCF &= (5 - 2.5)(0.65) + 2.5 = 4.125, \\ CF_{1-5} &= 4.125, & CF_6 &= 4.125 + 3.2 = 7.325. \end{aligned}$$

因此 $NPV = -1.687049$ 百万、 $IRR = 12.6824\% < 16\%$ ，拒绝项目。35% 是税率，不能直接把 5 乘以 35% 当作税后利润；而且 5 还没有扣折旧。原参考也把设备投入 15 写成 16，应一并改正。

6.3 净现值与内部收益率

NPV and IRR

Definition 6.2 Net present value and internal rate of return.

$$NPV(r) = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t}, \quad \boxed{NPV(IRR) = 0}. \quad (6.5)$$

NPV 衡量按要求收益率估值的财富增加额，IRR 是使财富增量恰为零的贴现率。

Theorem 6.1 常规独立项目的接受条件.

若 $CF_0 < 0$ ，未来 $CF_t \geq 0$ 且至少一期严格为正，则 $NPV(r)$ 在 $r > -1$ 上严格递减，存在唯一 IRR，且

$$NPV(r) > 0 \iff r < IRR.$$

Proof. $NPV'(r) = -\sum_{t=1}^n tCF_t/(1+r)^{t+1} < 0$ ；当 $r \rightarrow -1^+$ ，NPV 趋于正无穷；当 $r \rightarrow +\infty$ ，NPV 趋于 $CF_0 < 0$ 。由连续性及严格单调性得唯一根及符号关系。□

现金流多次变号时可能存在多个 IRR，不能无条件采用单一 IRR 接受规则。不使用微积分也能理解常规项目的单调性：未来回款为正时，贴现率越大，每笔回款的分母越大，其现值越小；今天的初始流出不变。因此，提高贴现率会降低 NPV，降低贴现率会提高 NPV。

要求收益率 r 与内部收益率 IRR 分别从哪里来

r 是评价者根据资金机会成本与项目风险要求的回报，题目可称 cost of capital、discount rate、required return 或 hurdle rate。IRR 则由项目自己的现金流反推出，不是另一个需要从题干查找的利率。计算 NPV 时把给定 r 代入；求 IRR 时把 r 当未知数、令 NPV 为零。不能把算得的 IRR 代回并得到 NPV 等于零后，就说项目没有价值；决策应使用外部给定的要求收益率。

Example 6.4 IRR 选择题与代入检验 C6-MC-16, C6-MC-17.

初始投入 1,400,000, 随后六年现金流依次为 900,000、1,000,000、1,000,000、1,000,000、1,000,000、1,300,000。以百万为单位, IRR 解方程

$$-1.4 + \frac{0.9}{1+x} + \sum_{t=2}^5 \frac{1}{(1+x)^t} + \frac{1.3}{(1+x)^6} = 0.$$

不用手算高次方程: 将选项依次作为 x 代入, 比较 NPV 是否接近零; 或选取正负 NPV 的两个利率不断二分。因为本题未来流量均为正, NPV 严格递减, 根唯一。 $x = 65.8\%$ 时 NPV 约为 725.90 美元, 接近零; 精确根为 65.8373%。题目给定资本成本 15% 用于接受决策, 不用于定义 IRR。按 15% 贴现的 NPV 为 2,427,224.45 美元, 因此接受。

缺失某年现金流: 移项后复利回原来的日期

设目标 NPV 为 V , 只有第 k 年流量未知, 则

$$\frac{CF_k}{(1+r)^k} = V - \sum_{t \neq k} \frac{CF_t}{(1+r)^t}, \quad CF_k = \left[V - \sum_{t \neq k} \frac{CF_t}{(1+r)^t} \right] (1+r)^k.$$

右边求和包括已知的第 0 期流量, 其符号通常为负。题库的 $CF_0 = -24,300$, 随后第 1、2、3、5 年为 10,800、6,000、2,600、9,300, $r = 13\%$ 、 $V = -2,663.48$, 代入得 $CF_4 \approx 865.00$ 。先减去其余流量的现值, 再乘 1.13^4 ; 不能把第 4 年的现金与今天的 NPV 直接相加减。

资本成本变动, 而题目没有逐年现金流

IRR 由现金流决定, 只改变要求收益率不会改变 IRR。在常规独立项目中, 资本成本从 16% 降为 10% 后, IRR 分别为 13.9%、11.1%、8.4% 的三个项目, 应接受前两个。即使无法重算具体 NPV, 仍可用 $IRR > 10\%$ 判断其正负。若项目互斥, 只知道 IRR 通常不足以选出财富增加最多的项目。

Payback period 是未贴现累计回款收回初始投入的时间; **discounted payback period** 采用贴现回款。等额年回款 CF 下, 静态回收期为 I_0/CF ; 回收期忽略截止后回款, 不能一般地代替 NPV。

Example 6.5 不等额回款 C6-MC-5.

以千美元计, 现金流为 $(-2,000, 1,200, 1,500, 1,800)$, 资本成本为 15%, 则

$$NPV = -2,000 + \frac{1,200}{1.15} + \frac{1,500}{1.15^2} + \frac{1,800}{1.15^3} = 1,361.22298 \text{ 千美元}.$$

因此约为 1,361,223 美元，而非把所有回款直接相加减初始投入。

Example 6.6 售价与成本不同步增长.

机器成本 500,000，使用 5 年、每年直线折旧 100,000；年产量 10,000，首年售价 40、单位成本 20，之后分别按 5%、10% 增长，所得税率 34%，无其他支出与残值。第 t 年的价格和单位成本为

$$p_t = 40(1.05)^{t-1}, \quad v_t = 20(1.10)^{t-1}.$$

年份	收入	现金生产成本	EBIT	OCF
1	400,000.00	200,000.00	100,000.00	166,000.00
2	420,000.00	220,000.00	100,000.00	166,000.00
3	441,000.00	242,000.00	99,000.00	165,340.00
4	463,050.00	266,200.00	96,850.00	163,921.00
5	486,202.50	292,820.00	93,382.50	161,632.45

以 15% 贴现得到 $NPV = 52,663.67 > 0$ 。价格和成本增长率不同使 OCF 不再是等额年金。

6.4 资本成本与敏感性

Cost of Capital and Sensitivity

Definition 6.3 Cost of capital.

资本成本是投资者对相应风险项目要求的回报，也是所占用资金的机会成本。项目风险应与贴现率匹配，而非无条件使用收购方或母公司的平均资本成本。

普通股、优先股、债务市场价值权重为 w_e, w_p, w_d ，相应成本为 k_e, k_p, k_d ：

$$\boxed{WACC = w_e k_e + w_p k_p + w_d k_d (1 - \tau)}, \quad w_j = V_j / \sum_k V_k. \quad (6.6)$$

$WACC$ 为 weighted average cost of capital。 e, p, d 分别表示普通股、优先股、债务， V_j 是相应资本市场价值， w_j 是其占全部资本市场价值的比例，三项权重相加为 1； k_e, k_p, k_d 分别为相应要求回报或融资成本。债务项乘 $1 - \tau$ 反映题设允许的利息税盾，普通股项不作同样调整。 k_d 表示债务成本，不是现金流下标 t ，也不是指数除数 d_t 。

例如普通股市场价值占 60%、债务占 40%，股权成本 12%、税前债务成本 6%、税率 25%，无优先股，则 $WACC = 0.6(0.12) + 0.4(0.06)(0.75) = 9\%$ 。只有项目风险、杠杆等与这一资本成本相容时，才用它贴现相应的无杠杆现金流。市场相关的 systematic risk 通常不能通过持有更多个别资产消除；firm-specific risk 可被分散。Systemic risk 则涉及金融体系关键功能受损，并非同一概念。

Sensitivity analysis 改变一个输入而保持其他条件给定；**scenario analysis** 同时调整一组相关假设。固定每年 OCF 的模型中：

$$\frac{\partial NPV}{\partial Q} = (p - v)(1 - \tau)a_n(r), \quad \frac{\partial NPV}{\partial FC} = -(1 - \tau)a_n(r).$$

这些关系以初始投资、折旧、营运资本等其他输入不变为条件。

6.5 财务盈亏平衡与成本节约

Financial Break-Even and Cost Reduction

Definition 6.4 Break-even measures.

Accounting break-even 令会计利润等于零；cash break-even 令经营现金流等于零；financial break-even 令项目 NPV 等于零。

在固定初始投入 I_0 、固定年 OCF、寿命 n 、终期额外税后回收 TV 的模型中：

$$Q_{\text{accounting}} = \frac{FC + D}{p - v}, \quad (6.7)$$

$$OCF^* = \frac{I_0 - TV(1 + r)^{-n}}{a_n(r)}, \quad (6.8)$$

$$\boxed{Q^*} = \boxed{\frac{FC + (OCF^* - \tau D)/(1 - \tau)}{p - v}}. \quad (6.9)$$

若营运资本等随产销量变化，应联立完整 NPV 方程。现金盈亏平衡的闭式解还依赖税盾可当期使用；不能把负应税利润自动当作现金退款。

Example 6.7 给定所需 OCF 的销量。

$FC = 400,000$ 、 $D = 150,000$ 、 $p - v = 1,600$ 、税率 34%，目标年度 OCF 为 255,000：

$$Q^* = \frac{400,000 + (255,000 - 0.34 \cdot 150,000)/0.66}{1,600} = 443.1818.$$

整数销量需至少 444 件；相同成本下的会计盈亏平衡为 343.75 件。255,000 被解释为所需现金流时才适用该反推，不能仅凭 break-even 一词将两种标准合并。

成本节约项目每年税前节省 *Saving*、新增折旧 ΔD 时：

$$\Delta OCF = Saving(1 - \tau) + \tau \Delta D.$$

财务盈亏平衡为什么先求所需 OCF，再反推销量

NPV 为零表示未来现金流的现值恰好补偿初始投资以及要求收益率。先由 $-I_0 + OCF \cdot a_n(r) + TV/(1+r)^n = 0$ 求每年最低现金流，再由经营公式反推销量。会计盈亏平衡只要求收入覆盖会计费用，尚未要求赚到资本的机会成本，所以不能代替财务盈亏平衡。

给定目标 OCF 的例题中， $\tau D = 51,000$ ，销售经营盈余税后必须贡献 $255,000 - 51,000 = 204,000$ ；税前经营盈余应为 $204,000/0.66 = 309,090.91$ ；再覆盖固定成本 400,000，所需总边际贡献为 709,090.91；每件贡献 1,600，所以 $Q = 443.1818$ 。这是从“需要多少现金”逐层还原到“要卖多少件”。题库及 HW2 的题干若称 accounting break-even，却同时要求 OCF 达到 255,000，则措辞不一致：按 OCF 目标求 443.1818，按会计利润为零求 343.75，两种标准不能合并。

Example 6.8 销量改变时营运资本也改变 C6-LONG-3.

Sound Wired 投入设备 1,000,000，寿命 5 年、直线折旧至零；单价 25、单位变动成本 13、年现金固定成本 300,000、税率 35%、资本成本 17%，要求 NWC 为年销售额的 1/12。销量为 Q 时：

$$D = 200,000, \quad OCF(Q) = (12Q - 300,000)(0.65) + 70,000 = 7.8Q - 125,000,$$

$$NWC(Q) = 25Q/12.$$

在初始投入该资金、五年末全部回收且中间余额不变的假设下，完整方程为

$$NPV(Q) = -1,000,000 - \frac{25Q}{12} + (7.8Q - 125,000)a_5(0.17) + \frac{25Q/12}{1.17^5}.$$

代入题设 $Q = 150,000$ ， $NWC = 312,500$ 、 $OCF = 1,045,000$ ，得到 $NPV = 2,173,351.48$ 。原参考的 NPV 漏计了终期 NWC 回收。

将上式令为零并把 Q 项集中, 得

$$Q^* = \frac{1,000,000 + 125,000a_5(0.17)}{7.8a_5(0.17) - (25/12)(1 - 1.17^{-5})} = 58,766.27.$$

整数销量至少 58,767 件。若人为固定 NWC 始终为 312,500、不随待求销量变化, 则求得另一条件下的 $Q^* = 62,908.83$ 。原参考的约 62,909 对应固定 NWC 的条件; 题干“年销售额的 1/12”若同时用于变化后的销量, 则应采用联立结果。NWC 的终期可回收性也应明确: 若题设规定不能回收, 就必须删去终期回收项并重算。

Example 6.9 降低成本的设备 C6-LONG-1.

设备投入 8 百万、使用 4 年、直线折旧至零, 每年节省劳动成本 3 百万, 税率 35%、要求收益率 14%。无其他增量支出, 年折旧为 2 百万, 因此

$$\Delta OCF = 3(0.65) + 2(0.35) = 2.65 \text{ 百万}.$$

节省成本增加税前利润, 因而增加所得税; 新增折旧又减少所得税。净效果不能简单写成每年收到 3 百万。 $NPV = -8 + 2.65a_4(0.14) \approx -0.278662$ 百万, $IRR \approx 12.29\%$, 故不应接受。

6.6 不同寿命与等额年成本

Different Lives and Equivalent Annual Cost

Definition 6.5 Annualized capital cost and EAC.

Annualized capital cost 是与资本投入现值相等的年度支出; equivalent annual cost / EAC 将完整生命周期成本现值转为年度成本。

$$ACC = I_0/a_n(r), \quad (6.10)$$

$$PV_{cost} = I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{\text{Operating Cost}_t}{(1+r)^t} - \frac{SV_n}{(1+r)^n}, \quad (6.11)$$

$$\boxed{EAC} = \boxed{PV_{cost}/a_n(r)}. \quad (6.12)$$

EAC 比较要求提供相同服务、长期需求及可比重复更新条件; 仅需某个有限期限时, 应统一服务终点并考虑残值和替换安排。

Example 6.10 设备成本.

设备 A 价格 50,000、寿命 3 年、年运营成本 10,000；B 价格 70,000、寿命 5 年、年运营成本 9,000，均无残值，利率 10%。

$EAC_A = 50,000/a_3(0.10) + 10,000 = 30,105.74,$

$EAC_B = 70,000/a_5(0.10) + 9,000 = 27,465.82.$

在上述重复服务条件下，B 的年成本较低。

6.7 互斥项目

Mutually Exclusive Projects

Proposition 6.2 增量净现值比较.

项目 A、B 的价值差等于增量现金流的净现值：

$$NPV_B - NPV_A = \sum_t \frac{CF_{B,t} - CF_{A,t}}{(1 + r)^t}. \tag{6.13}$$

独立项目可分别接受；互斥项目不可同时实施。在无额外约束、比较口径可比且允许放弃投资时，选择最高的正 NPV 方案。IRR 不随现金流同比例放大而改变，故不能一般地按 IRR 排序互斥项目。

Example 6.11 日托中心与健身项目 SYN-2.

两项目初始投入均为 5,000。日托中心随后三年每年回款 2,500；健身项目回款分别为 0、1,000、7,100：

$$NPV_A(r) = -5,000 + 2,500a_3(r),$$

$$NPV_B(r) = -5,000 + 1,000(1 + r)^{-2} + 7,100(1 + r)^{-3}.$$

$IRR_A = 23.3752\%$ ， $IRR_B = 18.3251\%$ 。在 IRR_A 下， $NPV_A = 0$ 、 $NPV_B < 0$ ，由 B 的 NPV 严格递减，可直接判断 $IRR_B < IRR_A$ 。

资本成本	NPV_A	NPV_B	净现值较高者
5%	1,808.12	2,040.28	B
15%	708.06	424.51	A

令 $NPV_B - NPV_A = 0$ ，乘以 $(1+r)^3$ ：

$$-2,500(1+r)^2 - 1,500(1+r) + 4,600 = 0.$$

得到 crossover rate $r^* \approx 8.9244\%$ 。较低贴现率有利于后期回款，较高贴现率提高早期回款的相对价值。NPV 与 IRR 排序冲突并不意味着计算错误。

综合题各问分别在比较什么

第一问在 IRR_A 处比较两项目， $NPV_A = 0$ 而 $NPV_B = -562.31 < 0$ 。B 的 NPV 递减，必须降低贴现率才能把它提高到零，因此 $IRR_B < IRR_A$ 。这是利用曲线的单调性作比较，不必先求 B 的精确根。

若只按 IRR 排名，日托项目 A 更高；但实际只能选一个时，应使用题目给定资本成本比较 NPV。在 15% 下选 A，在 5% 下选 B。交叉利率回答“何时两者的 NPV 相等”，不是两个项目各自的 IRR。对本题而言，在 $r < 8.9244\%$ 的通常非负利率区间内 B 的 NPV 较高，在其上 A 较高；若两者 NPV 均为负，允许不投资时应拒绝两者。

6.8 通胀与一致估值

Inflation and Consistent Valuation

Theorem 6.2 名义与实际估值一致性.

通胀确定且转换完整时， $CF_t^N = CF_t^R(1+\pi)^t$ ， $1+i_n = (1+i_r)(1+\pi)$ ，因此

$$\frac{CF_t^N}{(1+i_n)^t} = \frac{CF_t^R}{(1+i_r)^t}. \quad (6.14)$$

Proof. 将名义现金流和名义利率的表达式代入，分子与分母中的 $(1+\pi)^t$ 抵消。□

固定名义折旧不会自动随物价增长，其实际税盾价值可能被通胀侵蚀。因此“所有 OCF 乘通胀因子”只有在税盾等所有现金流也可按相同方式转换时才保持相同模型。

Example 6.12 实际现金流完整给定 C6-LONG-8.

投入 3,500,000，此后五年每年实际现金流 900,000，实际资本成本 12%，通胀 7%。实际估值为

$$NPV = -3,500,000 + 900,000a_5(0.12) = -255,701.42.$$

名义资本成本为 $1.12(1.07) - 1 = 19.84\%$ ，名义第 t 年流量为 $900,000(1.07)^t$ ，逐期贴现后得到完全相同的 NPV。初始投资已是今天金额，不再额外乘通胀。

Example 6.13 价格与成本通胀，历史成本折旧不通胀 C6-LONG-4.

TingTing 的设备成本 60,000、寿命 3 年、年折旧 20,000；今天口径年收入 75,000、现金经营成本 19,000、税率 35%。无通胀时年 OCF 为 $56,000(0.65) + 20,000(0.35) = 43,400$ 。以 14% 贴现， $NPV = -60,000 + 43,400a_3(0.14) = 40,758.83$ ，应接受。

单价 15、单位变动成本 3、现金固定成本 4,000 时， $OCF(Q) = (12Q - 4,000)(0.65) + 7,000 = 7.8Q + 4,400$ 。令其等于 $60,000/a_3(0.14)$ ，得无通胀模型下财务盈亏平衡销量为 2,749.22，整数销量至少 2,750。若要求保留到最接近整数，则报告约 2,749；“四舍五入的估计”与“确保达到目标的最少整数件数”应区别。

若收入和非折旧费用从今天起均按 7% 增长，折旧仍按历史成本固定为 20,000，并把题设“资本成本保持不变”解释为实际资本成本保持 14%，则名义资本成本为 21.98%。逐年应算

$$OCF_t^N = 56,000(0.65)(1.07)^t + 7,000,$$

得到 45,948.00、48,674.36、51,591.57， $NPV = 38,807.48 > 0$ 。不能把整个 43,400 逐年乘 1.07，因为其中 7,000 是固定名义折旧带来的税盾。原参考的 40,759 左右只对应税盾也完整随物价调整的另一种模型。

“名义与实际估值一致”要求把同一模型的全部现金流及利率一起转换，并不意味着通胀改变税盾实际价值后，NPV 仍等于无通胀模型。若题干的“资本成本不变”指名义资本成本仍为 14%，则应以 14% 贴现上述名义流量，那又是不同条件；作答应明确口径。

第7章 市场估值原理

Principles of Market Valuation

依据: Bodie 2e Ch7; 配套题库 Ch7

7.1 一价定律与套利

The Law of One Price and Arbitrage

Definition 7.1 Fundamental, market and book value.

Fundamental value 根据经济基本面和可用信息估计资产价值; **market value** 是市场交易价格对应的价值; **book value** 是财务报表记录的价值。估值方法取决于可用信息和可比资产。

Theorem 7.1 一价定律 C7-MC-4.

在无交易成本、可同时执行买卖及相应融资交易的竞争市场中, 若两项资产在每一状态、每一日期提供相同现金流, 它们应有相同价格。

Proof. 若价格不同, 买入较便宜资产并卖出等价的较贵资产, 初始获得正价差, 未来现金流相互抵消, 构成套利。无套利要求这一价格差消失。 $\square$

Arbitrage 是利用等价资产价格差构造确定利润的交易; **speculation** 承担未来价格不确定性。**Replicating portfolio** 生成与目标资产相同现金流, 可作为估值参照。

Proposition 7.1 交易成本约束.

低价 P_L 、高价 P_H 、买卖费用率 c_L, c_H , 按交易额收取时每单位净利润为

$$\Pi = P_H(1 - c_H) - P_L(1 + c_L). \quad (7.1)$$

只有 $\Pi > 0$ 才存在该方向的净套利机会。

Example 7.1 双边交易费用.

买价 45、卖价 47, 每边费用 2%, 净利润为 $47(0.98) - 45(1.02) = 0.16/\text{股}$ 。买方和卖方的费用均需要计入。

Definition 7.2 Interest-rate arbitrage C7-MC-8.

利率套利是在期限、货币、信用等条件可比时，以较低利率融资、较高利率投资。不可比风险的利差可能是风险补偿，而非确定利润。

在无税费等限制下，使用存款 X 偿还较高息信用卡债务的年度净节约为 $X(r_{card} - r_{deposit})$ 。

套利题先证明未来义务可以抵消，再计算净利润

只看到两个收益率或价格不同还不够。应先确认资产单位、交割日期、货币、权利和风险相同，并确认可以执行必要的买入、卖出及融资。例如两个市场的同一股票报价若分别以 USD 和 AUD 表示，应先换成同一货币；不能直接用 47 减 45。

股票题假定已换成同一货币、同一可交割股票且能同时成交。买入成本 $45(1.02) = 45.90$ ，卖出净收入 $47(0.98) = 46.06$ ，每股净得 0.16。不是只扣一次 2%，也不是先把 2 美元价差乘 98%。交易费是按两边各自交易金额收取。套利买盘会抬高便宜市场价格，卖盘会压低较贵市场价格；存在成本时不要求两个中间报价绝对相等，而要求可执行净价差不再为正。

Example 7.2 信用卡与存款的机会成本 C7-MC-10, C7-LONG-3.

存款 15,000、存款利率 4%，信用卡欠款 6,000、利率 17%。用其中 6,000 偿还欠款，少收存款利息 240，但少付信用卡利息 1,020，全年净节约 780。剩余存款 9,000 无须一起清空，节约额以实际偿还的 6,000 为基数。

另一题的欠款 13,000、卡息 21%、存款利率 3.5%，对应净节约 $13,000(0.21 - 0.035) = 2,275$ 。这里按全年余额与利率不变、无提前偿付费或其他税费计算。它是改善现有资产负债安排的确切节约；若高收益投资有信用风险，就不能把低息借款与高收益之差自动认作无风险利润。

7.2 交叉汇率

Cross Exchange Rates

Theorem 7.2 交叉汇率关系 C7-MC-9.

记 $X_{A/B}$ 为 A/B，即一单位 B 可换多少 A，则无摩擦、无套利报价满足

$$\boxed{X_{A/C} = X_{A/B} X_{B/C}}, \quad X_{B/A} = 1/X_{A/B}. \quad (7.2)$$

Proof. 一单位 C 先换为 $X_{B/C}$ 单位 B, 再换为 $X_{A/B}X_{B/C}$ 单位 A。其结果应与直接 C 换 A 相同, 否则可形成闭环套利。□

Triangular arbitrage 按三种货币闭环交易。各步转换率均写成“目标货币/原货币”, 一圈增长因子为

$$G = X_{B/A}X_{C/B}X_{A/C}.$$

$G > 1$ 时该方向获利; 每步从转换金额扣费 c_j 时改为 $G \prod_j (1 - c_j)$ 。存在 bid-ask spread 时, 必须使用各步实际可执行的报价。

Example 7.3 换汇中的双边费用.

从 10,000 美元出发, 先按 106 JPY/USD 换日元, 再按 104 JPY/USD 换美元, 无费用时终值为 10,192.31。每次转换扣 1% 时:

$$10,000 \frac{106}{104} (0.99)^2 = 9,989.48.$$

两边费用计入后该方向亏损, 不能沿用无费用时的结论。

乘还是除: 让货币单位自己约掉

“106 JPY/USD” 就是每 1 美元换 106 日元。美元换日元: $10,000 \text{ USD} \times 106 \text{ JPY/USD}$, 美元单位抵消; 日元换美元: 日元金额除以 106 JPY/USD。不能根据数字大小决定乘除, 也不能仅看某种货币被写在句子前面。

原题无手续费时, $10,000 \text{ USD} \rightarrow 1,060,000 \text{ JPY} \rightarrow 10,192.31 \text{ USD}$ 。每次扣 1% 后, 第一步为 1,049,400 日元, 第二步为 $1,049,400(0.99)/104 = 9,989.48$ 美元。因此亏损 10.52, 而不是原参考所称盈利 90.38; 原参考的最后一次除法有误。此时反向路径同样因费用亏损, 题目给定这两种报价之间没有该类双向转换套利。

Example 7.4 交叉汇率的分子、分母 C7-MC-11, C7-MC-12, C7-MC-14.

给定 0.1433 USD/CNY 与 0.009594 USD/JPY, 要求 JPY/CNY, 则

$$\frac{0.1433 \text{ USD/CNY}}{0.009594 \text{ USD/JPY}} = 14.936419 \text{ JPY/CNY}.$$

USD 相约后, 留下的正是目标单位。“一元人民币值多少日元”不是“一日元值多少人民币”, 后者为倒数。

给定 0.5634 USD/ANG 与 1.5576 USD/EUR, 要求 EUR/ANG, 则 $0.5634/1.5576 = 0.361710 \text{ EUR/ANG}$, 对应约 0.3617 的选项。原题参考字母指向 5.634, 与数字及单位均不符。

给定 0.6420 EUR/USD 与 10.398 MXN/USD ，要求 EUR/MXN ，则 $0.6420/10.398 = 0.06174264 \text{ EUR/MXN}$ 。原选项 0.617426 小数点错一位；按题干数据没有精确正确的列出选项。其倒数为 $16.196262 \text{ MXN/EUR}$ ，不能把相反报价当作所求报价。

Bid、ask 与三角套利的操作方向

按“本币/外币”报价，**bid** 是交易商买入外币付出的本币价，**ask** 是交易商卖出外币收取的本币价，通常 ask 高于 bid。客户卖外币时乘 bid；客户用本币买外币时除以 ask。买卖的参照主体必须说明是交易商，不能把客户的买价直接叫作 bid。

三种货币的题先写闭环 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ ，每一步使用实际成交方向的换算率，最后用“终值减初值”求利润。若三步转换后货币单位没有回到 A，计算还没有形成闭环；若各步各扣一次费用，就要乘三个费用因子。中间某一步的金额变大，仅仅可能是换成了面值较小的货币，不代表已经盈利。

Example 7.5 黄金与汇率共同形成闭环 C7-SHORT-4.

黄金在美国为 200 USD/盎司 ，在以色列为 750 ILS/盎司 ，汇率为 0.2970 USD/ILS 。忽略运输、保险、成交费用和时间差：

$$10,000 \text{ USD} \rightarrow 50 \text{ 盎司黄金} \rightarrow 37,500 \text{ ILS} \rightarrow 11,137.50 \text{ USD}.$$

净利润为 $1,137.50$ 美元。这里“相同资产”是同规格可交割黄金，黄金承担了两种货币之间的中间转换；实际交易若不能同时锁定，就还需考虑期间价格风险。

7.3 可比估值与市盈率

Comparable Valuation and P/E

Definition 7.3 EPS, P/E and market capitalization.

Earnings per share / EPS 是归属于普通股的利润除相应股数。Price-earnings ratio / P/E multiple 是每股价格除每股收益。Market capitalization 是每股价格乘流通在外股数。

$$EPS = \frac{\text{Earnings Available to Common Shareholders}}{\text{Number of Shares}}, \quad (7.3)$$

$$\hat{P} = EPS \times (P/E)_{comp}.$$

Example 7.6 每股估值 C7-MC-21.

EPS 为 6，适用行业平均 P/E multiple 为 9，则每股估值为 $6 \times 9 = 54$ 。

同行风险、成长性、杠杆和盈利会计口径不同，市盈率可以不同。EPS 为零或负时，简单 P/E 方法解释受限。Book-value multiple 和 sales multiple 分别以账面价值和销售额为参照，但企业价值与股权价值的倍数不能混合。**Stock split** 改变股数和每股金额，纯粹拆股不机械增加公司总价值；**capitalization rate** 是收入相对价值的比率，不等于 market capitalization。

每股收益为什么乘市盈率，而不是除

EPS 的单位是“货币/股”，P/E 描述市场为每单位年度利润支付多少价格。若 EPS 为 6，行业可比市盈率为 9，则对应价格为 54/股。反过来，股价 54、EPS 为 6 时， $P/E = 54/6 = 9$ 。EPS 不是股息：公司每股赚 6，不代表每股必须发放 6 的现金股息；未分配利润仍可留在公司经营。

若普通股净利润为 1,200,000、相应普通股数为 200,000，则 EPS 为 6；估值每股 54 时，公司股权总价值为 $54(200,000) = 10,800,000$ 。每股价格、公司股权总值与公司的全部资产价值，是不同层次的量。存在优先股股利时，归属普通股的利润需要按题设扣除相应优先分配。

Example 7.7 三种可比倍数估值 C7-LONG-1.

一家企业年销售额 15 百万、净利润 1.5 百万、账面权益 11 百万；可比交易的销售额倍数为 0.7、净利润倍数为 11、账面权益倍数为 0.8。若这些倍数均按题设同一种股权价值口径定义，则三种估计分别为

$$\begin{aligned}\hat{V}_{sales} &= 15(0.7) = 10.5 \text{ 百万}, \\ \hat{V}_{earnings} &= 1.5(11) = 16.5 \text{ 百万}, \\ \hat{V}_{book} &= 11(0.8) = 8.8 \text{ 百万}.\end{aligned}$$

参考估值范围为 8.8 至 16.5 百万。该范围来自三种估计，不表示必须取算术平均。若本企业未来投资机会的盈利能力较弱，其他条件相同，应采用较低倍数，估值向区间较低部分调整；题目没有给调整幅度，就不能声称精确价值一定是 8.8 百万。

实际出现 EV/sales 等企业价值倍数时，要先估企业价值，再根据净债务等转换到股权价值。不能将企业价值倍数、股权净利润倍数和未经确认口径的账面资产混合使用。

拆股的机械效果与公告的信息效果

2-for-1 stock split 表示每 1 股变成 2 股。若原有 100 万股、每股 60，总市值为 6,000 万；纯粹拆股后为 200 万股、每股理论价格 30，总市值仍为 6,000 万。每股利润、每股股息等也应按股数变化调整，总利润不会因为换了股数单位而翻倍。

C7-MC-24 的选项存在重复，且将 overall market capitalization rate 与拆股价格反应混在一起。仅凭纯粹拆股能确定的是股数增加、每股理论价格按比例下降、总市值不机械变化；若公告另传递经营前景信息，才可能另有市场价格反应。不能由题目不完整的选项推出“拆股必然提高总价值”。

7.4 市场有效性与国际平价

Market Efficiency and International Parity

Definition 7.4 Efficient markets hypothesis.

以公开信息为信息集合的市场有效性，表示当前价格充分反映公开可得、影响未来基本面的信息。这对应半强式信息口径，不表示价格事后永远正确，也不表示投资者不能赚取普通风险回报。

股息、增发或拆股公告可能传递 **signals**，改变对未来现金流或风险的预期；价格变化应依据新增信息解释，不能写成“增发必跌”“股息提高必涨”的无条件规律。

Definition 7.5 Purchasing power parity.

PPP 表示在相应商品市场模型中，可比篮子用共同货币计价后具有相同价格。本币/外币汇率为 S ，两国物价水平为 $\mathcal{P}_D, \mathcal{P}_F$ ，则

$$S = \frac{\mathcal{P}_D}{\mathcal{P}_F}, \quad \frac{S_1}{S_0} = \frac{1 + \pi_D}{1 + \pi_F}. \quad (7.4)$$

Real interest-rate parity 在相应资本流动、风险可比模型中令各国无风险实际利率相同： $i_{r,D} = i_{r,F} = i_r^*$ 。确定通胀下：

$$1 + i_{n,D} = (1 + i_r^*)(1 + \pi_D), \quad 1 + i_{n,F} = (1 + i_r^*)(1 + \pi_F).$$

名义利率可以因通胀不同而不同。PPP、实际利率平价与使用远期套保的 covered interest parity 依赖不同条件；前两者不能无条件作为短期汇率预测公式。

平价条件分别约束哪一种价格

PPP 联系商品篮子价格与即期汇率。若相同篮子在本国为 700 本币、在外国为 100 外币，则 PPP 汇率为 $700/100 = 7$ 本币/外币。本国物价上涨较快时，维持购买力平价所需的本币/外币报价上升，即一单位外币需要更多本币。本币在该报价下贬值，不是升值。

实际利率平价联系不同国家的实际无风险回报；Fisher 关系则把一国的实际回报与通胀转换成名义回报。题库若给共同实际利率 4%，丹麦通胀 9%、美国通胀 7%，则丹麦名义利率 $1.04(1.09) - 1 = 13.36\%$ ，美国名义利率 $1.04(1.07) - 1 = 11.28\%$ 。简单相加得到 13% 与 11% 只是近似。

外国名义利率较高，可能只是本国物价涨得更快，不能仅此判断投资更好。跨币种比较最终还要统一购买力、汇率风险和税费。采用远期锁定汇率时，应使用 Chapter 4 的远期无套利关系；不能将确定的远期报价与尚不确定的未来即期汇率混为一谈。

有效市场论述题：信息、预期与风险补偿

题目说价格反映所有 publicly available information 时，对应半强式有效。信息影响价值的渠道是未来现金流及其风险：股息增加公告可能被理解为管理层相信盈利可持续，所以价格上升；增发公告也可能改变投资者对融资需求或现有估值的判断。答案应写“可能传递何种新增信息”，不能把公告名称本身当成无条件涨跌公式。

有效并不意味着任何投资都没有收益，而是已公开的信息难以持续提供扣除风险与交易成本后的异常收益。它也不保证每一位投资者预测正确，或价格在事后不会变化。基本面新信息出现，价格相应调整，恰好与信息及时进入价格的定义一致。

符号与计量

Definition .6 Stock, flow and rate.

Stock / 存量是某个日期的余额，如今天财富、未偿本金、公司市值；**flow / 流量**是一段期间发生的收付，如每年工资、消费、现金流；**rate / 比率**描述相对增长或关系，如每年收益率与所得税率。存量 100,000、年度收入 30,000 与利率 5% 不能直接相加。

同一字母在不同金融问题中可以被重新定义。 P 在股票题中是每股价格，在养老金题中是每年养老金； B_t 是贷款余额， B 是终期遗产； D 在项目中是折旧，而汇率下标 D 表示 domestic； r_a 是税后利率， $a_n(r)$ 是年金现值因子。计算依据是当前模型给出的定义与单位，而非字母形状相同就认为经济含义相同。

记号	读法与含义
$t, 0, n, T$	t 为时点或期数下标；0 为今天； n, T 常为终点或总期数。第 0 年金额不贴现。具体是月还是年由模型确定。
$(1 + r)^t$	每期按 r 复利 t 次的增长因子。 $r = 5\%$ 应代入 0.05，而不是 5。
$(1 + r)^{-t}$	等于 $1/(1 + r)^t$ ，将第 t 期金额折到第 0 期的因子。负指数不表示现金流为负。
$\sum_{t=1}^n x_t$	$x_1 + x_2 + \cdots + x_n$ ，把各项相加；下限与上限决定第一项和最后一项。
$\prod_{t=1}^n x_t$	$x_1 x_2 \cdots x_n$ ，把各项相乘。复合回报累乘的是 $1 + R_t$ ，不是直接累乘 R_t 。
ΔX_t	$X_t - X_{t-1}$ ，表示本期变化额。例如 NWC 余额是 40、增加额是 10 时，从现金流中扣 10。
τ, π, ρ	本稿分别常用作税率、通胀率、替代率；都是比率，但经济含义与计算分母不同。
$\mathbb{E}[R], \bar{R}, \hat{P}$	分别表示预期回报、样本平均回报与估计价格。预期与估计不等于将来必然实现。
x^*	星号常表示临界值或方程解，例如使 NPV 为零的销量 Q^* ，不是乘号，也不是保证能实现的实际销量。
$a_n(i), s_n(i)$	第 1 至 n 期每期 1 单位现金流的现值与第 n 期终值因子。乘每期金额后才得到整组现金流价值。
$\max(x, 0)$	在 x 与 0 中取较大者；用于期权到期收益，表示持有人可放弃无利可图的行权。

记号	读法与含义
$\ln x, \sqrt{x}$	自然对数与平方根。求贷款期数时用对数把指数中的未知数取出。
bp, percentage point	1 个百分点为 0.01 的利率差；1 bp 为 0.0001 的利率差。由 4% 升到 5%，升 1 个百分点、100 bp，相对增加 25%。
$\partial NPV / \partial Q$	其他相关输入按模型固定时，销量小幅增加一单位引起的 NPV 变化；不是简单用 NPV 除以 Q 。

金额、日期与风险口径的核验

同一笔未来现金的现值应在正利率下小于其未来金额；同一日期、同一单位的各项才能相加。年金金额乘现值因子得到总金额，总金额除现值因子得到每期金额。贷款最后应还清本金；终身消费加遗产的现值应等于终身资源；税盾应等于“允许扣除时少缴的税”；闭环换汇利润应以同一种起始货币计算。核验依据是资金或权利的守恒关系，而不是仅看结果是否接近某个选项。

英文概念与原理

English Definitions and Principles

CHAPTER 1

Financial Decisions and the Firm

1. Scarcity, claims and household choices

Finance studies the allocation of scarce resources across time and uncertain states. A financial choice compares costs and benefits occurring at different dates and under different possible outcomes. Physical capital consists of productive resources such as equipment and buildings.

Financial capital supplies funding and establishes claims on the income generated by those resources; the claims allocate ownership and risk rather than create a second set of physical resources.

An asset is a resource with economic value, a liability is an obligation to another party, and net worth is the value of assets less liabilities at the same date. Corporate equity is the residual claim after prior claims are satisfied. Bonds and loans specify contractual payments; common shares receive residual distributions.

Preferred shares have contractual priority over common shares in specified distributions. Convertible securities include conversion rights. Covenants restrict certain borrower or issuer actions to protect creditors.

Households first decide how much to consume now and save for later. They then allocate wealth among assets. Financing decisions determine whether and how to borrow, for example through a mortgage, a car loan, or a student loan.

Risk-management decisions determine which risks to retain, reduce, or transfer, including through disability or life insurance. A premium is the payment for insurance coverage, and the insurance policy specifies the promised protection and its conditions.

2. Organization creates both scale and agency costs

A sole proprietorship has one owner, who generally bears unlimited liability for business obligations. A partnership has two or more partners, with liability and taxation determined by its legal form and jurisdiction. A corporation is a legal entity distinct from its shareholders, and shares can be transferred.

Limited liability restricts shareholders' ordinary exposure to corporate debts but does not protect the value of their investment. In the test-bank setting, private corporations have relatively concentrated ownership and public corporations have more dispersed ownership; public does not mean state-owned.

Separating ownership from management can improve professional competence, pool resources to reach an efficient scale, allow owners to diversify across firms, reduce information costs, and preserve learning and going-concern benefits.

The separation also creates a principal-agent problem: an agent entrusted with control may pursue objectives different from those of the principals. Private benefits or job protection can conflict with shareholder interests and generate agency costs.

Corporate governance uses control rights, monitoring, and incentives to address conflicts. Shareholders elect directors, who appoint and monitor managers. A competitive stock market supplies market-price information and allows shareholders to adjust their own portfolios.

Takeovers can replace inefficient managers and create an external discipline. A potential acquirer incurs information and share-acquisition costs; suppliers, customers, and competitors may already possess useful information. Government rules can strengthen or weaken this control-market mechanism.

Shareholder-wealth maximization seeks to increase the market value of existing equity. Profit maximization is incomplete unless the accounting measure, period, timing, and risk are specified. Retained earnings accumulate undistributed profits and are not a separate cash account. Dividends distribute resources to shareholders.

In the double-taxation model, corporate profit is taxed at the corporate level and dividends are taxed again at the shareholder level; the after-tax amount is the product of the two after-tax factors.

3. From strategy to daily funds

Strategic planning selects business lines. Capital budgeting identifies, evaluates, selects, and implements long-term investment projects. Capital-structure decisions choose the firm's overall debt-equity mix, starting with a feasible financing plan and then selecting among feasible mixes.

Working-capital management handles cash, inventories, receivables, and short-term obligations to maintain liquidity, the ability to make payments when due. Current assets and current liabilities relate to the coming year or normal operating cycle; their difference is net working capital.

The CEO directs the business and the CFO coordinates financial functions. The test-bank organization places financial planning, treasury, and control under the CFO. Planning evaluates major investments, mergers, acquisitions, and spin-offs.

Treasury manages funding, working capital, investor relations, and financial exposures; this particular organization also assigns tax administration to treasury. Control prepares financial statements, manages accounting and auditing, and compares actual performance with plans. Custodial responsibilities safeguard funds.

Regulatory legislation is a public authority's function, not an internal corporate finance function.

Corporate suffixes identify organizational forms rather than investment performance. Inc., Corp., and Co. abbreviate incorporated, corporation, and company. PLC means public limited company and Ltd. means limited. AG and GmbH denote German corporate forms.

A balance sheet describes financial stocks at a date; an income statement describes operating results over a period; an annual report also includes management's objectives and discussion.

4. Calculation principle: net worth

A net-worth calculation first fixes the owner, date, and valuation basis, then classifies each item as an asset or an outstanding liability. A house and its mortgage, or a car and its loan, enter separately. Furniture and jewelry are assets when values are provided. Equal deposit and credit-card balances still belong to opposite sides.

Total assets alone are not net worth.

For a house worth 100 and deposits of 20, against a mortgage balance of 70 and card debt of 5, net worth is 45. A negative result means liabilities exceed assets under the stated valuation.

Net worth is a stock measured at a date, not annual income, and an outstanding balance is the remaining obligation rather than the original amount borrowed.

CHAPTER 2

The Financial System and Market Prices

1. Financial needs lead to markets and intermediaries

A financial system comprises markets, intermediaries, service providers, and payment and legal infrastructure. It connects surplus units supplying funds with deficit units seeking funds. Direct finance issues securities to investors; indirect finance places an intermediary's balance sheet between suppliers and users.

Disintermediation bypasses a traditional intermediary without necessarily eliminating all financial services. Primary markets issue new securities, secondary markets transfer existing securities, and over-the-counter markets need not occupy one physical trading location.

Six related functions explain these organizations: transferring resources across time, places, and industries; managing risk; clearing and settling payments; pooling resources and subdividing claims; supplying price information; and addressing incentive problems.

Clearing establishes obligations, while settlement completes payments and delivery. Institutions may change as technology and regulation evolve, even when the underlying functions persist.

Commercial banks provide deposits, loans, and payment services. Checking or demand deposits facilitate payments, time deposits specify a term, and certificates of deposit record deposit contracts. Investment banks assist securities issuance, underwriting, and corporate transactions.

Venture capitalists fund and support young firms and may exit through an initial public offering. Asset-management firms manage client portfolios. Insurance companies collect premiums and make contractual insurance payments.

Mutual funds pool investor resources and provide professional management, diversification, and record keeping. A fund share is a claim on the fund, not a count of the securities the fund owns. Open-end funds generally issue and redeem under NAV rules; closed-end shares trade through brokers and can trade above or below NAV.

An ETF is an exchange-traded fund. Indexing seeks to track an index, a benchmark is an evaluation reference, and an expense ratio measures annual expenses relative to fund assets.

Pension arrangements transfer working-period resources into retirement payments. Defined-contribution plans specify contributions, leaving benefits dependent on account performance. Defined-benefit plans specify a benefit formula using factors such as service and salary.

A life annuity pays while the recipient survives and helps transfer longevity risk, the risk of outliving retirement resources.

2. Claims and asymmetric information

Debt or fixed-income instruments specify contractual payments, equity is a residual claim, and derivatives depend on underlying assets or indexes. Money markets primarily trade short-term debt; capital markets include longer-term debt and equity. U.S.

Treasury bills are short-term government obligations and Treasury bonds have longer maturities. Treasury Inflation-Protected Securities adjust relevant payments for inflation but do not eliminate changes in market value over arbitrary holding periods.

A call option grants a right to buy and a put grants a right to sell at an exercise price K . European options permit exercise only at expiration; American options permit exercise at the contractually allowed earlier times as well.

Expiration payoffs are the positive parts of the corresponding price differences and exclude the option premium, so they are not net profits. Forward contracts

impose future purchase and sale obligations. Futures are generally standardized and use exchange trading, margin, and daily settlement.

Asymmetric information means contracting parties possess different information. Adverse selection concerns hidden types before contracting, as when longer-lived people are more willing to purchase annuities. Moral hazard concerns difficult-to-observe actions after contracting, such as reduced prevention after obtaining insurance.

Principal-agent problems arise from conflicting objectives in delegated decisions. Collateralization gives a lender contractual recourse to specified collateral following default. These mechanisms alter incentives without eliminating all risks.

3. Interest rates compare dates, promises and risk

Market returns depend on time preference, expected capital productivity, uncertainty about productivity, and risk aversion. Stronger preference for current consumption requires compensation for postponement; higher productivity creates investment opportunities; uncertainty and risk aversion affect risk pricing.

Promised returns use contractual payments, realized returns use actual outcomes, and expected returns use ex ante expectations. Default risk can cause these measures to differ.

Nominal return measures money growth and real return measures growth in the purchasing power of a standardized consumption basket. A yield curve compares remaining maturities and current annualized yields on comparable instruments at a single observation date. It may slope upward, be flat, or be inverted.

Its maturity axis can identify future repayment dates but does not plot the market interest rates that will actually prevail at those dates. A coupon rate sets contractual interest; yield to maturity also depends on purchase price.

Interest-rate risk concerns value changes when market rates change; reinvestment risk concerns uncertain future rates on reinvested receipts. A yield spread is the difference between comparable yields, measured in percentage points or basis points, with one percentage point equal to 100 basis points.

A bond safe in its own currency may still carry inflation and interest-rate risks and may generate exchange-rate risk for an investor using another currency.

4. Calculation principles: return, currency and spreads

Holding-period return adds the per-share price change and distributions over the holding period, then divides by the initial per-share price. Div denotes the dividend amount. Holding more shares multiplies numerator and denominator equally. Quarterly dividends must be aggregated over the relevant quarters.

A sale is unnecessary for measuring economic return at the ending market price.

Capital-gains yield is the price change divided by initial price, while dividend yield is the distribution divided by initial price. Total return is their sum, so dividends can partially or fully offset a price decline without guaranteeing a positive return.

With S quoted as domestic currency per foreign currency, divide initial domestic funds by S_0 , grow the foreign investment, and multiply by S_1 to convert back. This cash path determines the exchange-rate ratio. A target domestic return can instead be used to solve for S_1 .

An unhedged future spot rate remains uncertain; a break-even rate is not a guaranteed forecast.

Exact purchasing-power conversion divides growth factors. Credit spreads subtract the Treasury yield from the corporate yield at the same maturity. A deposit-versus-card problem instead compares the incremental use of the same funds: repayment avoids card interest but sacrifices deposit interest.

The base is the amount repaid, and the saving is the difference rather than the entire card interest.

5. Indexes aggregate prices; institutions support trading

A stock index aggregates a set of companies. The company subscript j and date subscript t distinguish firms and observation times. Price times outstanding shares gives equity market value. A price-weighted index weights by per-share prices; a market-value-weighted index weights by capitalization.

Index points are a normalized scale rather than currency, and an index gain need not equal every constituent's gain.

An index divisor is maintained under the compilation rules. Its initial value follows from the chosen base index. A split or similar nonmarket event requires a

new divisor that preserves the index at the event; ordinary market changes must remain visible.

The DJIA is price-weighted, while the S&P 500 covers a broader set of large U.S. companies. Volatility is often measured by return standard deviation. Arithmetic mean return measures average one-period performance; geometric mean measures compound growth. A risk premium is expected return above a comparable risk-free return.

In the test bank's 1926–2003 sample, large stocks have an arithmetic average return of 12.25 percent and standard deviation of 20.5 percent; Treasury bonds have 5.64 and 8.19 percent; and Treasury bills have 3.79 and 3.18 percent.

A separate question identifies small stocks as the highest-average-return category in its historical comparison. Historical averages and volatility describe that sample rather than guarantee future or every-year performance.

Central banks provide domestic currency and core payment support. The Federal Reserve, Bundesbank, and Riksbank name the U.S., German, and Swedish central banks or systems. The SEC regulates securities disclosure and the FASB sets accounting standards.

The BIS supports central-bank cooperation, the IMF addresses international monetary and balance-of-payments cooperation, and the World Bank supports development financing. The 1933 Glass-Steagall Act is a historical regulatory example in the test bank, not a statement that all of its original restrictions remain unchanged today.

CHAPTER 4

The Time Value of Money

1. Cash flows acquire value at a specified date

A cash flow is a net receipt or payment at a specified time. It comes from an employer, customer, tenant, security issuer, or other counterparty; valuation creates no extra payment. From a fixed investor's viewpoint, inflows are positive, outflows negative, and time zero is today.

Present and future values are equivalent amounts at different dates. The time value of money requires payments to be moved to one valuation date before comparison or addition.

The effective rate i and number of periods n must use the same period length. The natural logarithm solves for an unknown exponent. Compounding multiplies growth factors and discounting divides them; a negative exponent denotes a reciprocal, not a negative payment. Because valuation is linear, individual values add.

With changing rates, multiply the period-specific growth factors rather than apply the final rate to every year.

2. A quoted annual rate is not a period rate

In this test bank, APR is the annual quote obtained by simple annualization of the period rate. EAR, also called EFF, includes all within-year compounding. With m compounding periods per year, the period rate is APR divided by m and T years contains mT periods.

Semiannual, quarterly, monthly, and daily compounding use the relevant frequency; daily examples here use 365. Nominal can refer either to an annual quote before compounding or to a monetary return before inflation adjustment. These are different distinctions.

If EAR is given, the equivalent monthly rate is its twelfth-root growth factor minus one, not EAR divided by twelve. For a loan, first solve the rate at the payment frequency, then report APR and EAR separately.

Continuous compounding is the limit of increasingly frequent, increasingly small interest credits, giving an exponential growth factor. The exact doubling time uses logarithms; the Rule of 72 approximates it by dividing 72 by the annual percentage rate.

3. An annuity is a pattern of payments

An annuity is a pattern of regularly spaced payments, not an extra source of money. Wages, rent, loan payments, and savings contributions can form annuities. An ordinary level annuity pays PMT at the ends of periods one through n . PMT is an amount per period.

The present-value factor values one unit per period today; the accumulation factor values the same payments at period n .

The factor follows from a finite geometric sum. Multiplying the discount-factor sum by one plus i and subtracting the original sum cancels the middle terms. Moving the resulting present value to period n gives the accumulation factor. At a zero rate both factors equal n .

Solving for the payment divides a total value by its factor because the total is the payment multiplied by that factor.

An annuity due pays at times zero through n minus one. Every payment is one period earlier, so both present value and value at a common terminal date multiply the ordinary factor by one plus i . For a deferred annuity with its first payment at k plus one, the ordinary factor gives value at time k , which must then be discounted to today.

A payment made on the valuation birthday is an immediate amount, not a payment one year later.

A perpetuity pays a constant amount indefinitely, beginning one period later, and has value PMT divided by a positive rate. A growing annuity starts with a payment one period later and increases it by a constant percentage g for n payments; its discounted terms form a geometric series.

A growing perpetuity converges only when the discount rate exceeds the growth rate. A fixed currency increase is instead an arithmetic gradient and must not be treated as percentage growth.

When the two rates are equal, each discounted term of the finite growing annuity is the same, giving n times the first payment divided by one plus i . An immediate bonus is added separately at time zero rather than included as another future wage.

Multistage retirement or education plans require a connecting date at which resources and uses are valued together, with the first and last payments counted explicitly.

4. A loan balance is the value of remaining obligations

Principal is the loan amount owed, and the outstanding balance after payment t is the remaining principal. Each amortizing payment covers interest and principal. The lender's initial outflow must equal the value of contractual receipts at the loan rate, which determines the level payment by division by the annuity factor.

Dividing principal by the number of payments alone is valid only at zero interest.

Looking forward, the balance is the present value of remaining payments; looking backward, it is accumulated initial principal less accumulated payments already made. A level total payment does not imply level principal repayment: interest falls and principal repayment rises as the balance declines.

Extra payments change the future payment stream and remaining term. Reorganization first values the old balance, then applies any write-down and new terms. Upfront discount points reduce net proceeds and increase the rate inferred from actual net receipts and payments.

The nearest integer term differs from the actual number of scheduled payments required for payoff. A fractional solution slightly above 281 rounds to 281 but can require a small 282nd payment.

An amortization table should end near zero, principal repayments should sum to the original loan, and total interest should equal total payments less principal. Intermediate calculations should retain precision.

5. NPV, IRR, inflation and taxes

The opportunity cost of capital is the return forgone on a comparable-risk alternative. A required return, discount rate, or hurdle rate serves this valuation role under compatible assumptions. NPV measures the change in present wealth from all incremental payments. IRR is determined by the cash flows and makes NPV zero.

The payback period uses undiscounted recovery, while discounted payback first discounts receipts. Both can ignore cash flows after the recovery cutoff.

For a conventional independent project with an initial outflow and subsequent nonnegative inflows, NPV decreases as the discount rate rises, making the positive-NPV and above-hurdle-IRR rules equivalent. Multiple sign changes

can produce multiple roots or no useful root, and IRR generally cannot rank mutually exclusive projects.

To recover a missing payment, subtract all known present values from target NPV, then compound the residual to the missing payment's date.

Inflation measures the growth of the consumption-basket price. Dividing the monetary growth factor by the price growth factor gives the Fisher relation. A tax-deductible expense reduces taxable income; its tax shield is the tax saved, not reimbursement of the entire expense.

When interest is taxed, after-tax nominal interest is reduced by the tax rate, while principal is not taxed again each year. Purchasing-power adjustment is applied to the after-tax growth factor.

6. Currency-consistent valuation and forward rates

A spot exchange rate quotes an exchange today. A forward exchange rate is agreed today for delivery at a future date; its F denotes forward, whereas the subscript on the foreign interest rate denotes foreign.

With rates quoted as domestic currency per foreign unit, compare direct domestic investment with foreign investment whose conversion back is locked by a forward contract. No arbitrage equates the two comparable, certain terminal values, producing covered interest parity.

The future spot rate and a forward rate fixed today are distinct. A break-even future spot rate can equal the forward-parity expression without being a guaranteed future market rate. A foreign project is valued first in its own currency at a compatible discount rate, then its present value is converted at today's spot rate.

The domestic initial investment is deducted before comparing project NPVs.

CHAPTER 5

Household Saving and Investment

1. Income becomes wealth through valuation

Labor income is a periodic earnings flow, initial financial wealth is a stock of existing assets less debts, and human capital is the present value of future labor income. In this test bank, permanent income is the sustainable constant real consumption stream with the same present value as lifetime resources.

Annual wages, the capital value of all future wages, and annual consumption are different quantities and cannot be substituted for one another.

Constant real wages mean unchanged wage purchasing power during employment, not continued wages after retirement. Human capital becomes zero when no labor earnings remain, while financial wealth may still be positive.

Remaining lifetime determines the number of consumption periods; remaining working life determines the number of wage payments. These generally differ.

2. The lifetime budget is a conservation equation

End-of-period financial wealth equals beginning wealth plus its return, then end-of-period earnings less consumption. Consumption smoothing specifies equal real consumption across periods. A bequest is wealth retained at the terminal date; an inheritance received is an inflow.

An inheritance received today increases initial wealth, whereas a terminal bequest must be discounted before it reduces resources available for current valuation.

Divide the wealth recursion by the corresponding discount factor and sum across periods. Intermediate wealth terms cancel, producing the intertemporal budget constraint. The identity equates resources and uses.

Borrowing constraints may impose further requirements for feasibility, and optimality additionally requires preferences and time-discount conditions.

A constant consumption stream has value C times the lifetime annuity factor. Deduct the bequest's present value from resources before dividing by that factor. With constant wages and no initial wealth or bequest, substitute the wage-annuity value; the common rate denominator cancels.

The numerator represents earning periods and the denominator all consumption periods. Dividing human capital by the undiscounted number of years is generally incorrect.

At a zero rate, annuity factors reduce to period counts and consumption becomes the average of net lifetime resources. A replacement rate compares annual retirement income or consumption with annual pre-retirement income; smoothing problems here use C divided by Y . Saving is unconsumed income.

Withdrawals or dissaving can be financed from existing wealth and do not by themselves mean insolvency.

3. Retirement is a two-stage annuity problem

Retirement planning first values withdrawals at retirement, then determines how working-period contributions accumulate to that target. Contributions come from the household or employer; annuity receipts come from the accumulated account or annuity provider. Beginning or ending mode must follow actual dates.

A phrase such as starting today does not justify an extra growth factor at every possible valuation date.

The displayed equation assumes end-of-year working deposits and the first retirement withdrawal one year after retirement. A withdrawal on the retirement date multiplies the right side by one plus r .

Count the dates explicitly: deposits from zero through thirty comprise thirty-one payments, but the first grows only thirty years by time thirty. Growing withdrawals and a bequest are valued together at retirement before accumulated initial wealth is deducted and the saving payment is solved.

Quarterly contributions require a quarterly accumulation rate and count, while annual withdrawals require an effective annual rate. Four quarterly payments cannot simply be combined at year-end. For a repeating within-year pattern, first obtain one year's equivalent beginning or ending amount, then value those annual equivalents.

A fixed nominal retirement income remains numerically unchanged after its initial level is set; only an inflation-indexed income continues to rise with prices.

Social security reduces disposable working income by contributions q and adds retirement pension payments P . The program's implied return balances contributions and benefits, while the household's investment and borrowing rate values those benefits for its own budget. These rates may differ.

Private saving subtracts both the contribution and consumption from wages.

4. Tax deferral changes the time at which tax is paid

Tax deferral postpones taxation; exemption removes a specified tax. The traditional IRA model in the test bank allows deductible contributions, no annual tax on accumulated returns, and taxation of the full withdrawal. The ordinary account begins with income-tax-paid funds and taxes its interest annually.

A fair comparison uses the same pretax resources, rather than comparing pretax funds on one side with already-taxed funds on the other.

The three tax rates refer to current income, retirement withdrawal, and ordinary annual investment gains. An ordinary account taxes interest, not the principal again each year. With an unchanged tax rate, the deferred-account terminal amount equals after-tax initial resources compounded at the pretax return.

This algebraic equivalence does not mean the deferred account actually paid the tax at the beginning.

5. Education compares incremental lifetime earnings

Education invests in human capital. Tuition and additional expenses are explicit costs; earnings forgone are implicit or opportunity costs. Incremental analysis compares education with the no-education alternative.

Living expenses common to both alternatives are not wholly additional education costs, and the benefit is the wage increase rather than the entire post-graduation wage.

The equation assumes d years of end-of-year costs and h annual wage increments starting one year after graduation. For the break-even increase, accumulate costs to graduation and divide by the wage-annuity factor at graduation.

Present benefits can be compared with present costs, or future benefits and costs can be compared at one common future date. Mixing present benefits with future costs does not give a valid decision rule.

6. Housing combines purchase cost, tax shields and opportunity cost

The house price is a one-time current payment; property taxes and maintenance are ongoing costs. The income-tax rate determines the shield on deductible property taxes. A deduction saves the tax rate times the expense rather than eliminating the expense.

When total holding costs already include property taxes, separate maintenance or subtract the shield from that total to avoid counting the tax twice.

These perpetuity formulas assume equivalent housing services, fixed real end-of-year expenses, indefinite holding, and a positive after-tax real rate. Equating present costs and multiplying by the rate gives break-even rent and break-even interest.

In the annual equivalent ownership cost, interest on the tied-up purchase capital is an opportunity cost rather than another cash invoice. It must not be added again to a present-value model that already includes the full purchase price.

The test-bank housing simplification converts a pretax real rate by multiplying its after-tax factor; an already after-tax rate must not be taxed twice. If taxes are levied on nominal interest, the exact after-tax real rate instead requires both nominal taxation and inflation adjustment.

A finite holding period deducts the present value of net resale proceeds. A mortgage formulation must consistently include the down payment, loan payments, and terminal balance without duplicating the full house price and principal repayments.

7. Multiple goals share one resource budget

Travel expenses, inherited property, current savings, and retirement annuities belong in a single resource budget.

The investment-account rate values accumulation, the annuity-provider rate prices retirement benefits at purchase, property appreciation determines future sale proceeds, and inflation sets the first retirement payment's purchasing power. These rates serve different purposes.

If inflation continues until a first payment in year thirty-one, it compounds thirty-one times. Existing wealth cannot be deducted separately against every goal as if it were available repeatedly.

CHAPTER 6

The Analysis of Investment Projects

1. Value comes from incremental project cash

Capital budgeting values an investment project's cash flows relative to not undertaking it. New-product projects expand activities, cost-reduction projects reduce existing expenditures, and replacement projects renew assets. Sunk costs have already occurred and cannot be changed by the current choice, so they are excluded.

Opportunity costs represent benefits forgone by using existing resources and are included. Cannibalization of existing products also changes incremental cash flow.

Revenue is quantity Q times unit price p . Variable cash cost is v times Q , while fixed cash cost is unchanged within the relevant output range. Unit contribution margin first covers fixed costs before generating operating surplus. If the first-year price is specified, subsequent prices use an exponent of t minus one.

A current price that must first be inflated to year one may instead use exponent t .

2. Accounting profit must be converted to cash

Capital expenditure pays for long-lived assets, and required installation costs enter the capitalized basis under the stated model. Depreciation allocates cost across accounting or tax periods; it is not a new equipment payment each year. Straight-line depreciation divides the depreciable basis by its allowed life.

Book value is the remaining accounting balance, whereas salvage value is sale or recovery value. A fully depreciated asset can still have a positive sale price.

EBIT is earnings before financing interest and income tax: revenue less cash operating costs and depreciation. In the simplified unlevered project model here, EAT or net income equals EBIT after income tax.

Operating cash flow measures operating cash rather than accounting profit and adds back depreciation previously deducted as a noncash expense. If after-tax earnings are supplied, they must not be taxed again.

The depreciation tax shield is the reduction in tax caused by the deduction, not a payment equal to depreciation. For revenue of 1,000, cash costs of 600, depreciation of 100, and a twenty-percent rate, EBIT is 300, tax is 60, net income is 240, and OCF is 340. Without depreciation tax would be 80, so the shield is 20.

Immediate tax benefits during losses depend on the tax setting; the closed-form expressions assume usable current shields.

3. Working capital uses cash and can release it

Net working capital measures net short-term resources tied up in operations. Its accounting definition is current assets less current liabilities; unlevered project analysis often uses operating current assets less non-interest-bearing operating liabilities.

Inventories, receivables, and required operating cash tie up funds, while payables provide financing. The balance differs from its change. Cash flow deducts only new investment, not the entire balance repeatedly.

Free cash flow here is unlevered operating cash after capital expenditure and working-capital reinvestment, available to capital providers. Working capital is not depreciated. Liquidation releases the recoverable inventory and receivables net of obligations at termination. Recovery must follow a stated assumption.

Terminal recovery supplements rather than replaces final operating cash flow.

When sale gains and losses receive immediate symmetric tax treatment, after-tax asset proceeds equal the sale price less tax on its difference from book value. Working-capital recovery ordinarily releases invested funds rather than creating another sales profit.

Write-downs or bad debts require actual recovery amounts and corresponding tax adjustments.

4. The discount rate prices comparable risk

The cost of capital is the required return for the relevant cash-flow risk and an opportunity cost. WACC weights the costs of common equity, preferred equity, and debt by market values. Weights sum to one, and debt receives an after-tax adjustment when interest is deductible.

Unlevered cash flows discounted at WACC generally exclude financing interest to avoid counting its effects twice.

Systematic or market risk remains after diversification; firm-specific risk can be diversified. Systemic risk concerns the financial system and is distinct. A discount rate reflects project cash-flow risk.

A firm's current average cost is appropriate only when a project is a compatible miniature replica of existing risk and financing assumptions.

Conventional cash flows have an initial outflow and subsequent nonnegative inflows, giving a decreasing NPV function and a unique IRR. Higher rates reduce positive future present values while leaving the initial outlay unchanged. Find IRR by testing options or bisecting opposite-sign NPVs.

A change in required return does not change IRR, allowing acceptance tests for conventional independent projects even without all the flows needed to recompute an NPV amount.

5. Break-even conditions identify a precise target

Accounting break-even sets accounting operating profit to zero, cash break-even sets OCF to zero, and financial break-even sets NPV to zero. Accounting cost coverage need not compensate capital's opportunity cost.

To infer quantity from a required OCF, remove the shield, undo the after-tax proportion, cover fixed cash costs, and divide by unit contribution margin.

These formulas assume fixed investment, level OCF, and specified terminal recovery. Sales-related working capital requires solving the complete NPV equation jointly; fixing it at the original forecast gives a different conditional solution.

A continuous threshold of 443.18 requires at least 444 whole units, though its nearest integer is 443. A cost-reducing project adds after-tax savings and the incremental depreciation shield.

Sensitivity analysis varies one input while holding the stated conditions fixed; scenario analysis varies a coherent group. When volume also affects working capital, a derivative assuming other investment inputs fixed does not measure the complete effect.

6. Different lives and mutually exclusive choices

ACC converts capital outlay into an annual amount; EAC annualizes all life-cycle costs. Lower EAC is preferable for equivalent service, continuing demand, and repeatable replacement. A finite common service horizon requires consistent replacement and residual values, rather than comparison of a single purchase alone.

Independent projects may be accepted separately; mutually exclusive projects cannot both be undertaken. With comparable assumptions, no additional constraints, and the option not to invest, select the highest positive NPV or reject all if none is positive.

IRR is invariant to proportional scaling and need not identify the largest wealth gain. A crossover rate equates project NPVs by setting the NPV of their difference to zero; it is not either project's own IRR.

7. Inflation conversion preserves the entire model

Nominal and real cash flows and rates for the same deterministic model must be converted together. Inflation factors cancel period by period, giving identical NPVs. Introducing inflation can nevertheless alter the original model: historical-cost depreciation stays fixed nominally, so its real shield erodes.

Multiplying the entire OCF by inflation can incorrectly index that shield.

CHAPTER 7

Principles of Market Valuation

1. Equivalent claims restrict relative prices

Fundamental value estimates future cash flows and risk using available information, market value uses traded prices, and book value uses accounting records. Valuation methods depend on information: cash flows support discounting and comparable transactions support multiples.

A replicating portfolio matches the target asset's cash flow at every relevant date and state. The Law of One Price equates their prices under frictionless executable trading.

Arbitrage locks in a net gain using equivalent executable trades, whereas speculation bears uncertain future prices. A long position benefits from price increases and a short position has the opposite exposure. Short selling generally borrows an asset for sale and later buys it back for return.

A strategy selling assets not already owned requires borrowing or deliverable inventory. Different quoted prices alone do not prove an executable arbitrage.

Transaction costs include brokerage, shipping, handling, insurance, and other expenses. First put quotes in the same currency and asset unit, then subtract total purchase cost from net sale proceeds. Fees are charged on each transaction, not once on the difference.

These costs create a no-arbitrage price band rather than requiring identical quoted prices.

A positive net difference is required for this direction to be profitable. Interest-rate arbitrage compares low-cost borrowing with higher-return investment under compatible currency, maturity, and credit conditions. Deposit-versus-card problems compare avoided card interest with forgone deposit interest on the same amount X.

Principal repayment is not a repeated annual cost, and the entire deposit need not be withdrawn.

2. Currency units determine the conversion

An exchange rate with units A per B gives units of A per unit of B. Multiply it to convert B to A and divide it to convert A to B. Direct and indirect quotation are relative to the observer's domestic currency. Cross rates eliminate a common currency, while reverse rates are reciprocals.

The size of the number or order of words does not determine the operation.

Currency codes specify the monetary units in quotations: USD denotes the United States dollar; CNY the Chinese yuan; JPY the Japanese yen; EUR the euro; GBP pound sterling; CAD and AUD Canadian and Australian dollars; CHF the Swiss franc; DKK the Danish krone; MXN the Mexican peso; ILS the Israeli shekel; ANG the Netherlands Antillean guilder; and FRF the historical French franc.

Kranes is a fictional local currency and is converted according to its stated quote.

Triangular arbitrage forms a closed currency path. Each rate uses destination currency over origin currency, and profit is measured only after returning to the starting currency. A larger intermediate number may reflect a smaller monetary unit.

Gold arbitrage uses ounces as an intermediate asset: buy a quantity, sell equivalent gold in another market, and convert back. Separate proportional fees apply at every step.

Bid and ask are from the dealer's perspective. With domestic currency quoted per foreign unit, a customer selling foreign currency multiplies by the bid, while a customer buying it divides by the ask. The bid-ask spread is their difference. A profit constructed from non-executable midpoint rates need not be an actual arbitrage.

3. Multiples connect earnings and value

EPS divides earnings available to common shareholders by the relevant shares. Dividends are distributions and need not equal earnings per share. P/E relates price to annual per-share earnings, so comparable valuation multiplies EPS by an appropriate P/E.

Market capitalization multiplies share price by outstanding shares, whereas a capitalization rate divides income by value. They have different units.

Sales, book-value, and earnings multiples relate comparable transaction value to the respective measure. Firms within one industry can differ in growth, risk, leverage, or earnings quality and have different multiples. P/E is difficult to interpret with zero or negative earnings.

Enterprise value and equity value cover different claims, so enterprise multiples cannot be mixed with shareholder-earnings multiples without net-debt and other appropriate adjustments.

4. Announcements change information and expectations

A two-for-one stock split doubles shares and mechanically halves per-share value without changing total capitalization. Equity issuance creates shares and funding; a dividend announcement conveys distribution information. Such events may also signal future earnings or risk.

Information effects must be distinguished from mechanical share changes, so unconditional price predictions cannot be inferred from the event label alone.

The EMH specifies an information set. Weak-form efficiency concerns historical trading information, semi-strong efficiency concerns all public information, and strong-form efficiency additionally includes private information. The test-bank phrase all publicly available information describes the semi-strong form.

Efficiency allows normal risk compensation but questions persistent risk-adjusted excess gains from public information after costs. It does not require every forecast to prove correct afterward.

5. International parity compares purchasing power

PPP equates prices of a comparable goods basket after conversion to one currency. The domestic-currency price of foreign currency equals the domestic-to-foreign price-level ratio. Higher domestic inflation raises this quotation, indicating domestic depreciation and foreign appreciation.

The relation belongs to a specified goods-market model rather than guaranteeing exact daily equality of arbitrary price indexes.

Real interest-rate parity equates risk-free real returns under compatible capital mobility, risk, and purchasing-power conditions. The Fisher relation converts that common real rate into currency-specific nominal rates, which differ with inflation.

PPP concerns goods prices, real parity concerns purchasing-power returns, and covered parity concerns forward-hedged financial returns. They rely on different assumptions and do not provide unconditional short-run exchange-rate forecasts.